2018年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分。下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的）

1. （4 分）下列计算 $\sqrt{18}-\sqrt{2}$的结果是（　　）

A. 4　B. 3　C. $2\sqrt{2}$　D. $\sqrt{2}$

【分析】先化简，再合并同类项即可求解.

【解答】解：$\sqrt{18}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$.

故选：C.

2. （4 分）下列对一元二次方程 $x^2+x-3=0$ 根的情况的判断，正确的是（　　）

A. 有两个不相等实数根　B. 有两个相等实数根

C. 有且只有一个实数根　D. 没有实数根

【分析】根据方程的系数结合根的判别式，即可得出△ =13＞0，进而即可得出方程 $x^2+x-3=0$ 有两个不相等的实数根.

【解答】解：∵ a=1，b=1，c=﹣3，

∴$\triangle=b^2-4ac=1^2-4\times(1)\times(-3)=13>0$，

∴方程 $x^2+x-3=0$ 有两个不相等的实数根.

故选：A.

3. （4 分）下列对二次函数 $y=x^2-x$ 的图象的描述，正确的是（　　）

A. 开口向下　B. 对称轴是 y 轴

C. 经过原点　D. 在对称轴右侧部分是下降的

【分析】A、由 a=1＞0，可得出抛物线开口向上，选项 A不正确；

B、根据二次函数的性质可得出抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，选项 B 不正确；

C、代入 x=0 求出 y 值，由此可得出抛物线经过原点，选项 C正确；

D、由 a=1＞0 及抛物线对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，利用二次函数的性质，可得出当 $x>\frac{1}{2}$时，y 随 x 值的增大而增大，选项 D不正确.

综上即可得出结论.

【解答】解：A、∵a=1＞0,

∴抛物线开口向上，选项 A不正确；

B、∵$-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$,

∴抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，选项 B不正确；

C、当 x=0 时，$y=x^2-x=0$,

∴抛物线经过原点，选项 C正确；

D、∵a＞0，抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$,

∴当 $x>\frac{1}{2}$时，y 随 x 值的增大而增大，选项 D不正确.

故选：C.

4.（4 分）据统计，某住宅楼 30 户居民五月份最后一周每天实行垃圾分类的户数依次是：27，30，29，25，26，28，29，那么这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A. 25 和 30 B. 25 和 29 C. 28 和 30 D. 28 和 29

【分析】根据中位数和众数的概念解答.

【解答】解：对这组数据重新排列顺序得，25，26，27，28，29，29，30,

处于最中间是数是 28,

∴这组数据的中位数是 28,

在这组数据中，29 出现的次数最多,

∴这组数据的众数是 29,

故选：D.

5.（4 分）已知平行四边形 ABCD，下列条件中，不能判定这个平行四边形为矩形的是（　　）

A. ∠A=∠B B. ∠A=∠C C. AC=BD D. AB⊥BC

【分析】由矩形的判定方法即可得出答案.

【解答】解：A、∠A=∠B，∠A+∠B=180°，所以∠A=∠B=90°，可以判定这个平行四边形为矩形，正确；

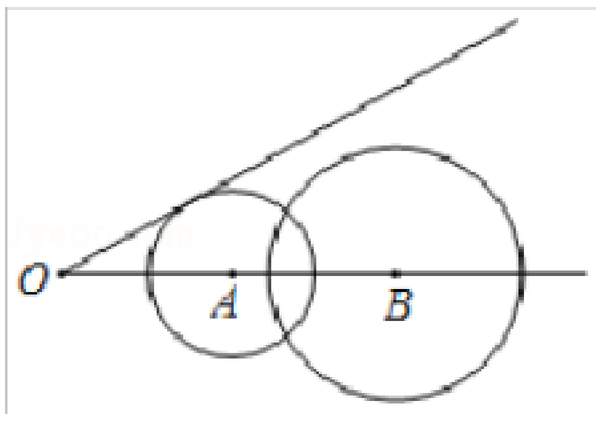
B、∠A=∠C 不能判定这个平行四边形为矩形，错误；

C、AC=BD，对角线相等，可推出平行四边形 ABCD 是矩形，故正确；

D、AB⊥BC，所以∠B=90°，可以判定这个平行四边形为矩形，正确；

故选：B.

6.（4 分）如图，已知∠POQ=30°，点 A、B 在射线 OQ 上（点 A 在点 O、B 之间），半径长为 2 的⊙A 与直线 OP 相切，半径长为 3 的⊙B 与⊙A 相交，那么 OB 的取值范围是（　　）



A. 5＜OB＜9　B. 4＜OB＜9　C. 3＜OB＜7　D. 2＜OB＜7

【分析】作半径 AD，根据直角三角形 30 度角的性质得：OA=4，再确认⊙B 与⊙A 相切时，OB 的长，可得结论.

【解答】解：设⊙A 与直线 OP 相切时切点为 D，连接 AD，

∴AD⊥OP，

∵∠O=30°，AD=2，

∴OA=4，

当⊙B 与⊙A 相内切时，设切点为 C，如图 1，

∵BC=3，

∴OB=OA+AB=4+3﹣2=5；

当⊙A 与⊙B 相外切时，设切点为 E，如图 2，

∴OB=OA+AB=4+2+3=9，

∴半径长为 3 的⊙B 与⊙A 相交，那么 OB 的取值范围是：5＜OB＜9，

故选：A.

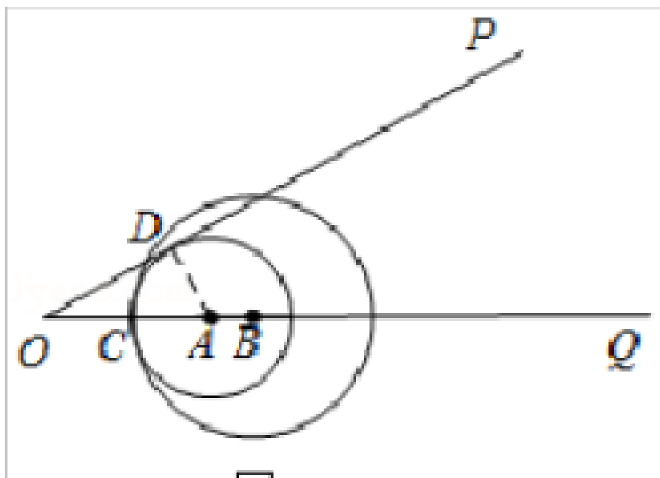


图1

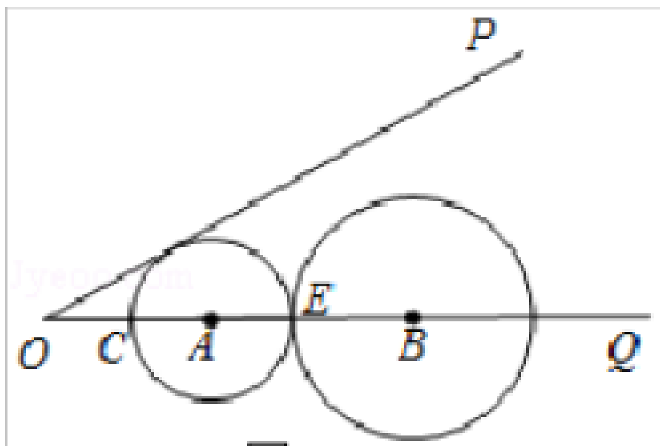


图2

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）－8 的立方根是 ___－2___.

【分析】利用立方根的定义即可求解.

【解答】解：∵（－2）^{3}=－8，

∴－8 的立方根是－2.

故答案为：－2.

8.（4 分）计算：$(a+1)^2-a^2=$___2a+1___.

【分析】原式利用完全平方公式化简，合并即可得到结果.

【解答】解：原式 $=a^2+2a+1-a^2=2a+1$，

故答案为：2a+1

9.（4 分）方程组 $\begin{cases}x-y=0\\x^2+y=2\end{cases}$ 的解是 ___$\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$___.

【分析】方程组中的两个方程相加，即可得出一个一元二次方程，求出方程的解，再代入求出 y 即可.

【解答】解：$\begin{cases}x-y=0①\\x^2+y=2②\end{cases}$

②+①得：$x^2+x=2$,

解得：x=﹣2 或 1,

把 x=﹣2 代入①得：y=﹣2,

把 x=1 代入①得：y=1,

所以原方程组的解为 $\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$.

10．（4 分）某商品原价为 a 元，如果按原价的八折销售，那么售价是 0.8a 元．（用含字母 a 的代数式表示）．

【分析】根据实际售价 =原价×$\frac{折扣}{10}$即可得.

【解答】解：根据题意知售价为 0.8a 元,

故答案为：0.8a．

11.（4 分）已知反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$（k 是常数，k≠1）的图象有一支在第二象限，那么 k 的取值范围是 k＜1 ．

【分析】由于在反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$的图象有一支在第二象限，故 k﹣1＜0，求出 k 的取值范围即可.

【解答】解：∵反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$的图象有一支在第二象限,

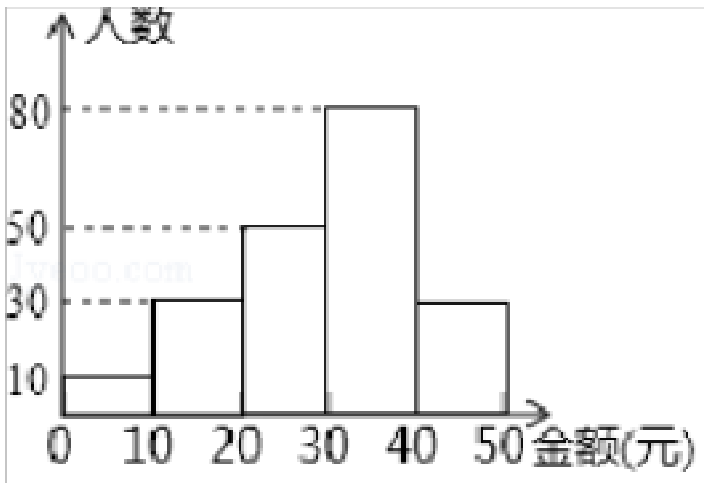
∴k﹣1＜0,

解得 k＜1.

故答案为：k＜1.

12．（4 分）某校学生自主建立了一个学习用品义卖平台，已知九年级 200 名学生义卖所得金额的频数分布直方图如图所示，那么 20﹣30 元这个小组的组频率

是 0.25 .



【分析】根据“频率 =频数÷总数”即可得.

【解答】解：20﹣30元这个小组的组频率是 50÷200=0.25，

故答案为：0.25．

13．（4 分）从$\frac{2}{7}$，π，$\sqrt{3}$这三个数中选一个数，选出的这个数是无理数的概率为 $\frac{2}{3}$.

【分析】由题意可得共有 3 种等可能的结果，其中无理数有 π、$\sqrt{3}$共 2 种情况，则可利用概率公式求解.

【解答】解：∵在$\frac{2}{7}$，π，$\sqrt{3}$这三个数中，无理数有 π，$\sqrt{3}$这 2 个，

∴选出的这个数是无理数的概率为 $\frac{2}{3}$，

故答案为：$\frac{2}{3}$.

14．（4 分）如果一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），那么 y 的值随 x 的增大而 减小 .（填“增大”或“减小”）

【分析】根据点的坐标利用一次函数图象上点的坐标特征可求出 k 值，再利用一次函数的性质即可得出结论.

【解答】解：∵一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），

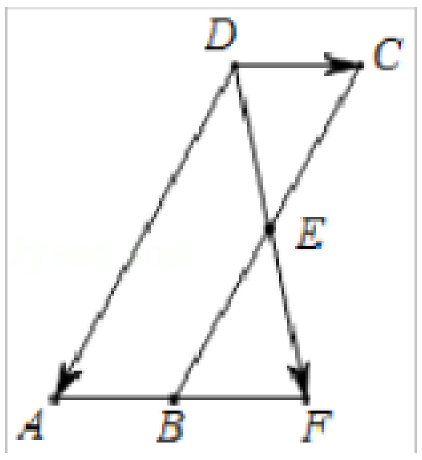
∴0=k+3，

∴k=﹣3，

∴y 的值随 x 的增大而减小.

故答案为：减小.

15.（4 分）如图，已知平行四边形 ABCD，E 是边 BC的中点，联结 DE并延长，与 AB的延长线交于点 F. 设 $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{b}$那么向量 $\overrightarrow{DF}$用向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示为 __$\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$__.



【分析】根据平行四边形的判定与性质得到四边形 DBFC是平行四边形，则 DC=BF，故 AF=2AB=2DC，结合三角形法则进行解答.

【解答】解：如图，连接 BD，FC，

∵四边形 ABCD是平行四边形，

∴DC∥AB，DC=AB，

∴△DCE∽△FBE.

又 E 是边 BC的中点，

∴$\frac{DE}{EF}=\frac{EC}{EB}=\frac{1}{1}$，

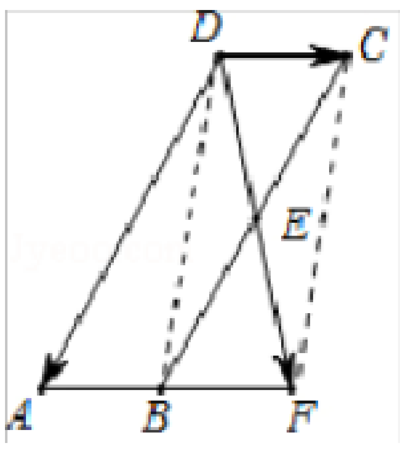
∴EC=BE，即点 E 是 DF的中点，

∴四边形 DBFC是平行四边形，

∴DC=BF，故 AF=2AB=2DC，

∴$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$.

故答案是：$\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$.



16.（4 分）通过画出多边形的对角线，可以把多边形内角和问题转化为三角形内角和问题. 如果从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有 2 条，那么该多边形的内角和是 __540__度.

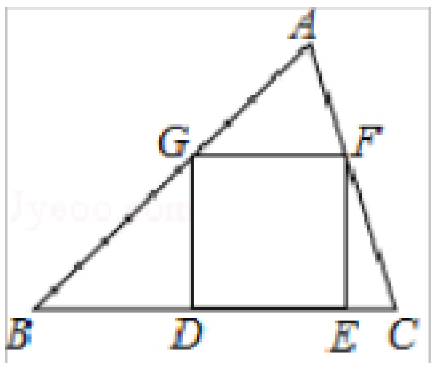
【分析】利根据题意得到 2条对角线将多边形分割为 3个三角形，然后根据三角形内角和可计算出该多边形的内角和.

【解答】解：从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有 2条，则将多边形分割为 3个三角形.

所以该多边形的内角和是 $3\times180°=540°$.

故答案为 540.

17.（4分）如图，已知正方形 DEFG的顶点 D、E在△ABC的边 BC上，顶点 G、F分别在边 AB、AC上．如果 BC=4，△ABC的面积是 6，那么这个正方形的边长是 $\frac{12}{7}$.



【分析】作 AH⊥BC于 H，交 GF于 M，如图，先利用三角形面积公式计算出 AH=3，设正方形 DEFG的边长为 x，则 GF=x，MH=x，AM=3﹣x，再证明△AGF∽△ABC，则根据相似三角形的性质得 $\frac{x}{4}=\frac{3-x}{3}$，然后解关于 x的方程即可.

【解答】解：作 AH⊥BC于 H，交 GF于 M，如图，

∵△ABC的面积是 6，

∴$\frac{1}{2}$BC?AH=6，

∴AH=$\frac{2\times6}{4}$=3，

设正方形 DEFG的边长为 x，则 GF=x，MH=x，AM=3﹣x，

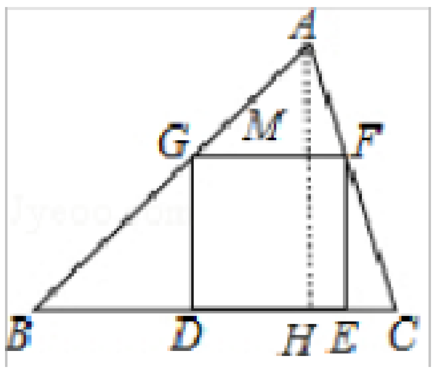
∵GF∥BC，

∴△AGF∽△ABC，

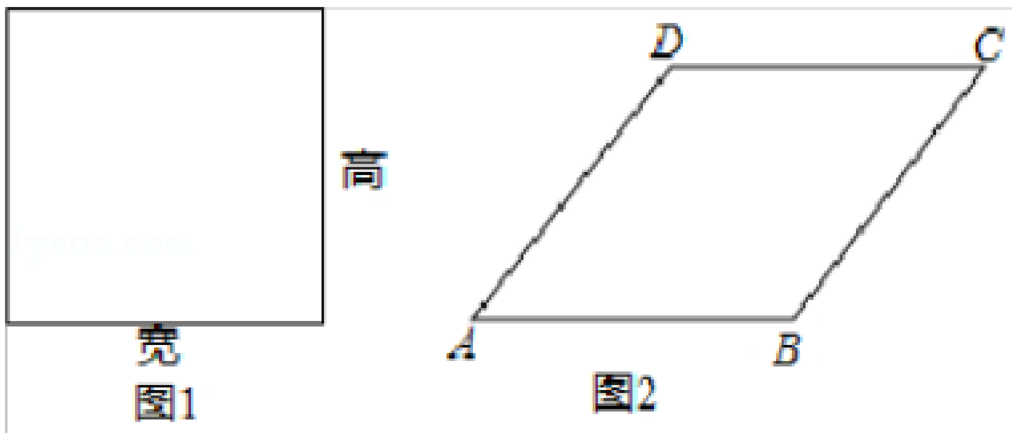
∴$\frac{GF}{BC}=\frac{AM}{AH}$，即 $\frac{x}{4}=\frac{3-x}{3}$，解得 $x=\frac{12}{7}$，

即正方形 DEFG的边长为 $\frac{12}{7}$.

故答案为 $\frac{12}{7}$.



18.（4 分）对于一个位置确定的图形，如果它的所有点都在一个水平放置的矩形内部或边上，且该图形与矩形的每条边都至少有一个公共点（如图 1），那么这个矩形水平方向的边长称为该图形的宽，铅锤方向的边长称为该矩形的高．如图 2，菱形 ABCD的边长为 1，边 AB水平放置．如果该菱形的高是宽的 $\frac{2}{3}$，那么它的宽的值是 ＿$\frac{18}{13}$＿．



【分析】先根据要求画图，设矩形的宽 AF=x，则 CF=$\frac{2}{3}$x，根据勾股定理列方程可得结论．

【解答】解：在菱形上建立如图所示的矩形 EAFC，

设 AF=x，则 CF=$\frac{2}{3}$x，

在 Rt△CBF中，CB=1，BF=x﹣1，

由勾股定理得：$BC^2=BF^2+CF^2$，

$1^2=(x-1)^2+(\frac{2}{3}x)^2$，

解得：x=$\frac{18}{13}$或 0（舍），

即它的宽的值是 $\frac{18}{13}$，

故答案为：$\frac{18}{13}$．

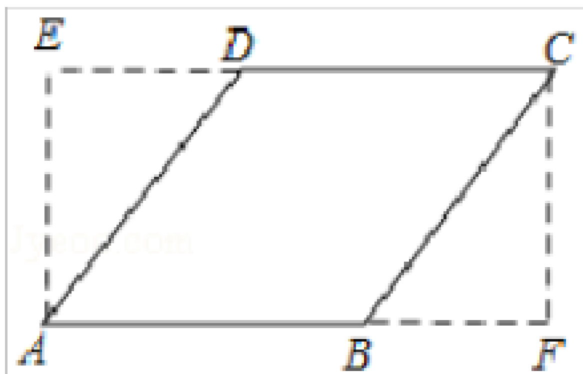


图2

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）解不等式组：$\begin{cases}2x+1>x\\ \frac{x+5}{2}-x\geqslant 1\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分就是不等式组的解集.

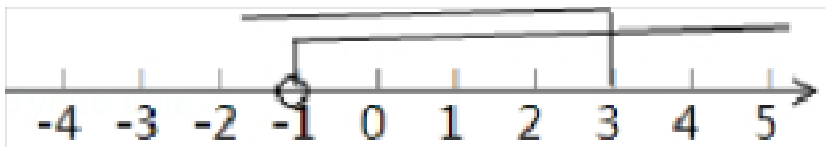
【解答】解：$\begin{cases}2x+1>x①\\ \frac{x+5}{2}-x\geqslant 1②\end{cases}$

解不等式①得：$x>-1$,

解不等式②得：$x\leq 3$,

则不等式组的解集是：$-1<x\leq 3$,

不等式组的解集在数轴上表示为：



20.（10 分）先化简，再求值：$\left(\frac{2a}{a^2-1}-\frac{1}{a+1}\right)\div\frac{a+2}{a^2-a}$，其中 $a=\sqrt{5}$.

【分析】先根据分式混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 a 的值代入计算可得.

【解答】解：原式 $=\left[\frac{2a}{(a+1)(a-1)}-\frac{a-1}{(a+1)(a-1)}\right]\div\frac{a+2}{a(a-1)}$

$=\frac{a+1}{(a+1)(a-1)}?\frac{a(a-1)}{a+2}$

$=\frac{a}{a+2}$,

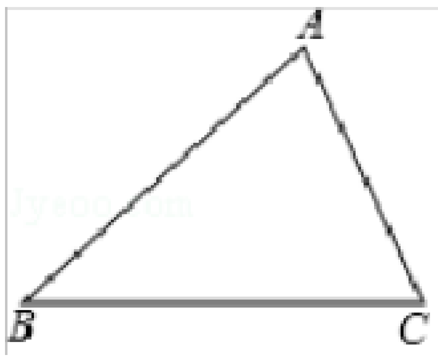
当 $a=\sqrt{5}$时，

原式 $=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=5-2\sqrt{5}$.

21.（10分）如图，已知△ABC中，AB=BC=5，$\tan\angle ABC=\frac{3}{4}$.

（1）求边AC的长；

（2）设边BC的垂直平分线与边AB的交点为D，求$\frac{AD}{DB}$的值.



【分析】（1）过A作AE⊥BC，在直角三角形ABE中，利用锐角三角函数定义求出AC的长即可；

（2）由DF垂直平分BC，求出BF的长，利用锐角三角函数定义求出DF的长，利用勾股定理求出BD的长，进而求出AD的长，即可求出所求.

【解答】解：（1）作A作AE⊥BC，

在Rt△ABE中，$\tan\angle ABC=\frac{AE}{BE}=\frac{3}{4}$，AB=5，

∴AE=3，BE=4，

∴CE=BC﹣BE=5﹣4=1，

在Rt△AEC中，根据勾股定理得：$AC=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$；

（2）∵DF垂直平分BC，

∴BD=CD，$BF=CF=\frac{5}{2}$，

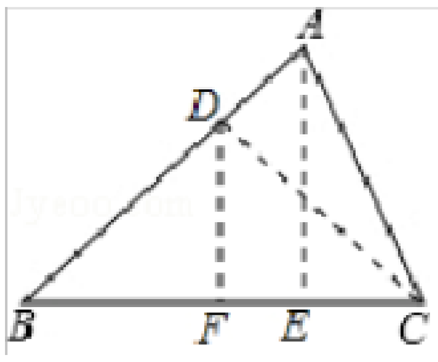
∵$\tan\angle DBF=\frac{DF}{BF}=\frac{3}{4}$，

∴$DF=\frac{15}{8}$，

在Rt△BFD中，根据勾股定理得：$BD=\sqrt{(\frac{5}{2})^2+(\frac{15}{8})^2}=\frac{25}{8}$，

∴$AD=5-\frac{25}{8}=\frac{15}{8}$，

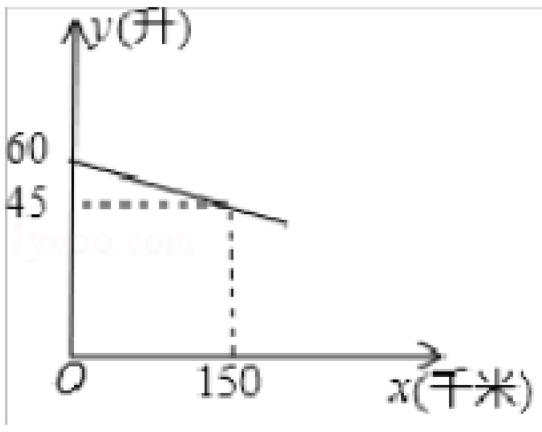
则$\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$.



22.（10 分）一辆汽车在某次行驶过程中，油箱中的剩余油量 y（升）与行驶路程 x（千米）之间是一次函数关系，其部分图象如图所示.

（1）求 y 关于 x 的函数关系式；（不需要写定义域）

（2）已知当油箱中的剩余油量为 8 升时，该汽车会开始提示加油，在此次行驶过程中，行驶了 500 千米时，司机发现离前方最近的加油站有 30 千米的路程，在开往该加油站的途中， 汽车开始提示加油， 这时离加油站的路程是多少千米？



【分析】根据函数图象中点的坐标利用待定系数法求出一次函数解析式， 再根据一次函数图象上点的坐标特征即可求出剩余油量为 5 升时行驶的路程，此题得解.

【解答】解：（1）设该一次函数解析式为 y=kx+b，

将（150，45）、（0，60）代入 y=kx+b 中，

$\begin{cases}150k+b=45\\b=60\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-\frac{1}{10}\\b=60\end{cases}$，

∴该一次函数解析式为 $y=-\frac{1}{10}x+60$.

（2）当 $y=-\frac{1}{10}x+60=8$ 时，

解得 x=520.

即行驶 520 千米时，油箱中的剩余油量为 8 升.

530﹣520=10 千米，

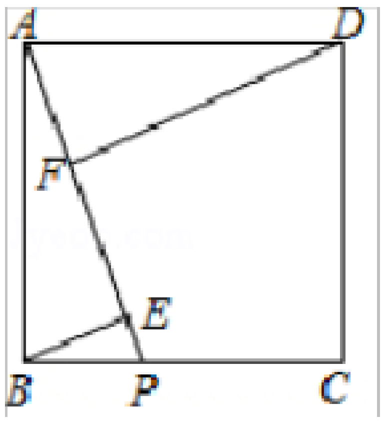
油箱中的剩余油量为 8 升时，距离加油站 10 千米.

∴在开往该加油站的途中，汽车开始提示加油，这时离加油站的路程是 10 千米.

23.（12 分）已知：如图，正方形 ABCD 中，P 是边 BC 上一点，BE⊥AP，DF⊥AP，垂足分别是点 E、F.

（1）求证：EF=AE−BE；

（2）联结 BF，如课 $\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$. 求证：EF=EP.



【分析】（1）利用正方形的性质得 AB=AD，∠BAD=90°，根据等角的余角相等得到∠1=∠3，则可判断△ABE≌△DAF，则 BE=AF，然后利用等线段代换可得到结论；

（2）利用 $\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$ 和 AF=BE 得到 $\frac{BE}{DF}=\frac{BF}{AD}$，则可判定 Rt△BEF∽Rt△DFA，所以∠4=∠3，再证明∠4=∠5，然后根据等腰三角形的性质可判断 EF=EP.

【解答】证明：（1）∵四边形 ABCD 为正方形，

∴AB=AD，∠BAD=90°，

∵BE⊥AP，DF⊥AP，

∴∠BEA=∠AFD=90°，

∵∠1+∠2=90°，∠2+∠3=90°，

∴∠1=∠3，

在△ABE 和△DAF 中

$$\begin{cases}\angle BEA=\angle AFD\\ \angle 1=\angle 2\\ AB=DA\end{cases},$$

∴△ABE≌△DAF，

∴BE=AF，

∴EF=AE−AF=AE−BE；

（2）如图，∵ $\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$，

而 AF=BE,

∴ $\frac{BE}{BF}=\frac{DF}{AD}$,

∴ $\frac{BE}{DF}=\frac{BF}{AD}$,

∴Rt△BEF∽Rt△DFA,

∴∠4=∠3,

而∠1=∠3,

∴∠4=∠1,

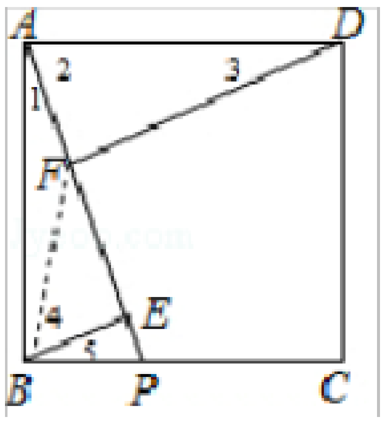
∵∠5=∠1,

∴∠4=∠5,

即 BE平分∠FBP,

而 BE⊥EP,

∴EF=EP.

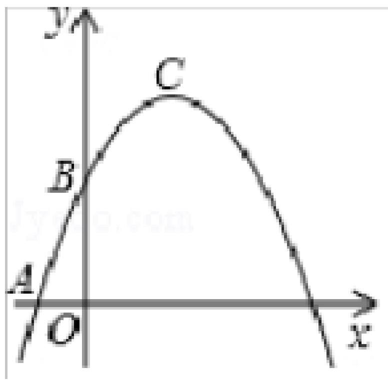


24.（12分）在平面直角坐标系 xOy中（如图）．已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 A（﹣1，0）和点 B（0，$\frac{5}{2}$），顶点为 C，点 D在其对称轴上且位于点 C下方，将线段 DC绕点 D按顺时针方向旋转 90°，点 C落在抛物线上的点 P处.

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）求线段 CD的长；

（3）将抛物线平移，使其顶点 C移到原点 O的位置，这时点 P落在点 E的位置，如果点 M在 y 轴上，且以 O、D、E、M为顶点的四边形面积为 8，求点 M的坐标.



【分析】（1）利用待定系数法求抛物线解析式；

（2）利用配方法得到 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{9}{2}$，则根据二次函数的性质得到 C 点坐标和抛物线的对称轴为直线 x=2，如图，设 CD=t，则 D（2，$\frac{9}{2}-t$），根据旋转性质得∠PDC=90°，DP=DC=t，则 P（2+t，$\frac{9}{2}-t$），然后把 P（2+t，$\frac{9}{2}-t$）代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$得到关于 t 的方程，从而解方程可得到 CD的长；

（3）P 点坐标为（4，$\frac{9}{2}$），D 点坐标为（2，$\frac{5}{2}$），利用抛物线的平移规律确定 E 点坐标为（2，－2），设 M（0，m），当 m＞0 时，利用梯形面积公式得到 $\frac{1}{2}$?（m+$\frac{5}{2}$+2）?2=8 当 m＜0 时，利用梯形面积公式得到 $\frac{1}{2}$?（－m+$\frac{5}{2}$+2）?2=8，然后分别解方程求出 m即可得到对应的 M点坐标.

【解答】解：（1）把 A（－1，0）和点 B（0，$\frac{5}{2}$）代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 得 $\begin{cases}-\frac{1}{2}-b+c=0\\ c=\frac{5}{2}\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}b=2\\ c=\frac{5}{2}\end{cases}$，

∴抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$；

（2）∵ $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{9}{2}$，

∴C（2，$\frac{9}{2}$），抛物线的对称轴为直线 x=2，

如图，设 CD=t，则 D（2，$\frac{9}{2}-t$），

∵线段 DC绕点 D按顺时针方向旋转 90°，点 C落在抛物线上的点 P处，

∴∠PDC=90°，DP=DC=t

∴P（2+t，$\frac{9}{2}-t$），

把 P（2+t，$\frac{9}{2}-t$）代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$得 $-\frac{1}{2}$（2+t）2+2（2+t）$+\frac{5}{2}=\frac{9}{2}-t$，

整理得 $t^2-2t=0$，解得 $t_1=0$（舍去），$t_2=2$，

∴线段 CD的长为 2；

（3）P点坐标为（4，$\frac{9}{2}$），D点坐标为（2，$\frac{5}{2}$），

∵抛物线平移，使其顶点 C（2，$\frac{9}{2}$）移到原点 O的位置，

∴抛物线向左平移 2 个单位，向下平移 $\frac{9}{2}$个单位，

而 P点（4，$\frac{9}{2}$）向左平移 2个单位，向下平移 $\frac{9}{2}$个单位得到点 E，

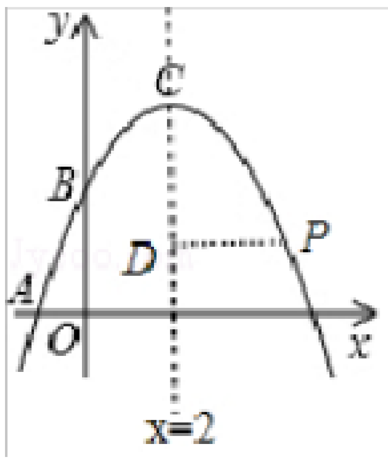
∴E点坐标为（2，－2），

设 M（0，m），

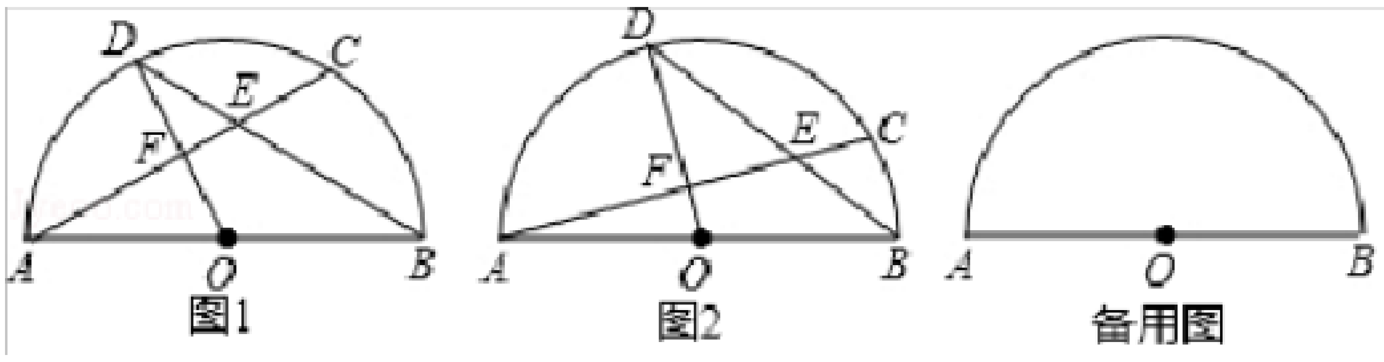
当 m＞0 时，$\frac{1}{2}$?（$m+\frac{5}{2}+2$）?2=8，解得 $m=\frac{7}{2}$，此时 M点坐标为（0，$\frac{7}{2}$）；

当 m＜0 时，$\frac{1}{2}$?（$-m+\frac{5}{2}+2$）?2=8，解得 $m=-\frac{7}{2}$，此时 M点坐标为（0，$-\frac{7}{2}$）；

综上所述，M点的坐标为（0，$\frac{7}{2}$）或（0，$-\frac{7}{2}$）．



25.（14 分）已知⊙O的直径 AB=2，弦 AC与弦 BD交于点 E．且 OD⊥AC，垂足为点 F．



（1）如图 1，如果 AC=BD，求弦 AC的长；

（2）如图 2，如果 E为弦 BD的中点，求∠ABD的余切值；

（3）联结 BC、CD、DA，如果 BC是⊙O的内接正 n 边形的一边，CD是⊙O的内接

正（n+4）边形的一边，求△ ACD的面积.

【分析】（1）由 AC=BD知 $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}$，得 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$，根据 OD⊥AC知 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，从而得 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，即可知∠AOD=∠DOC=∠BOC=60°，利用 AF=AOsin∠AOF可得答案；

（2）连接 BC，设 OF=t，证 OF为△ABC中位线及△DEF≌△BEC得 BC=DF=2t，由 DF=1﹣t 可得 $t=\frac{1}{3}$，即可知 $BC=DF=\frac{2}{3}$，继而求得 $EF=\frac{1}{4}AC=\frac{\sqrt{2}}{3}$，由余切函数定义可得答案；

（3）先求出 BC、CD、AD所对圆心角度数，从而求得 $BC=AD=\sqrt{2}$、$OF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，从而根据三角形面积公式计算可得.

【解答】解：（1）∵OD⊥AC，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，∠AFO=90°，

又∵AC=BD，

∴ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，即 $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}$，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，

∴∠AOD=∠DOC=∠BOC=60°，

∵AB=2，

∴AO=BO=1，

∴ $AF=AO\sin\angle AOF=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则 $AC=2AF=\sqrt{3}$；

（2）如图 1，连接 BC，

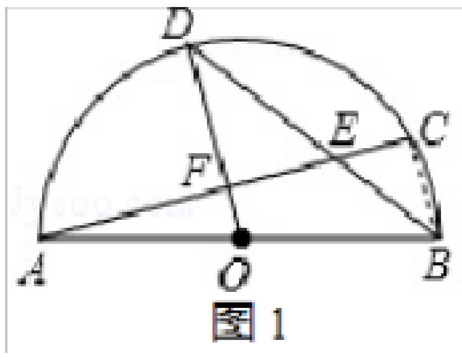


图 1

∵AB为直径，OD⊥AC，

∴∠AFO=∠C=90°，

∴OD∥BC，

∴∠D=∠EBC，

∵DE=BE，∠DEF=∠BEC，

∴△DEF≌△BEC（ASA），

∴BC=DF，EC=EF，

又∵AO=OB，

∴OF是△ABC的中位线，

设 OF=t，则 BC=DF=2t，

∵DF=DO﹣OF=1﹣t，

∴1﹣t=2t，

解得：$t=\frac{1}{3}$，

则 $DF=BC=\frac{2}{3}$、$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{2^2-(\frac{2}{3})^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，

∴$EF=\frac{1}{2}FC=\frac{1}{4}AC=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

∵OB=OD，

∴∠ABD=∠D，

则 $\cot\angle ABD=\cot\angle D=\frac{DF}{EF}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}=\sqrt{2}$；

（3）如图 2，

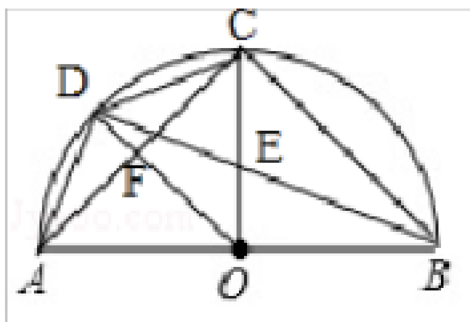


图 2

∵BC是⊙O的内接正 n 边形的一边，CD是⊙O的内接正（n+4）边形的一边，

∴$\angle BOC=\frac{360}{n}$、$\angle AOD=\angle COD=\frac{360}{n+4}$，

则 $\frac{360}{n}+2\times\frac{360}{n+4}=180$，

解得：$n=4$,

$\therefore \angle BOC=90^\circ$、$\angle AOD=\angle COD=45^\circ$,

$\therefore BC=AC=\sqrt{2}$,

$\because \angle AFO=90^\circ$,

$\therefore OF=AO\cos\angle AOF=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

则 $DF=OD-OF=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot DF=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.