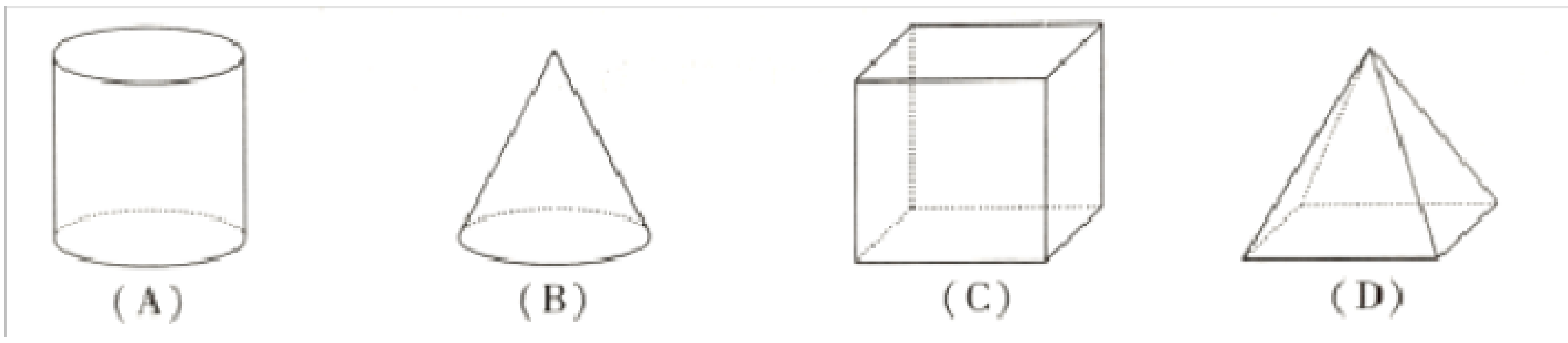
2018 年北京市高级中等学校招生考试

数学试卷

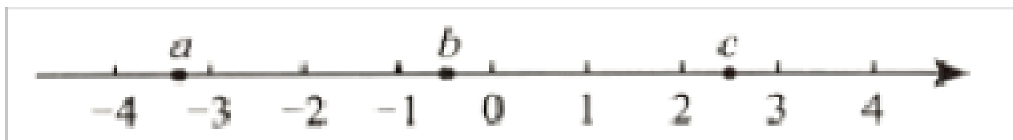
一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列几何体中，是圆柱的为



2. 实数 a,b,c 在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是



（A）$|a|>4$　　（B）$c-b>0$　　（C）$ac>0$　　（D）$a+c>0$

3. 方程式 $\begin{matrix} x-y=3 \\ 3x-8y=14 \end{matrix}$ 的解为

（A）$\begin{matrix} x=-1 \\ y=2 \end{matrix}$　　（B）$\begin{matrix} x=1 \\ y=-2 \end{matrix}$　　（C）$\begin{matrix} x=-2 \\ y=1 \end{matrix}$　　（D）$\begin{matrix} x=2 \\ y=-1 \end{matrix}$

4. 被誉为“中国天眼”的世界上最大的单口径球面射电望远镜 FAST 的反射面总面积相当于 35 个标准足球场的总面积。已知每个标准足球场的面积为 $7140m^2$，则 FAST 的反射面总面积约为

（A）$7.14\ \ 10^{3}m^{2}$　　（B）$7.14\ \ 10^{4}m^{2}$　　（C）$2.5\ \ 10^{5}m^{2}$　　（D）$2.5\ \ 10^{6}m^{2}$

5. 若正多边形的一个外角是 60^{o}，则该正多边形的内角和为

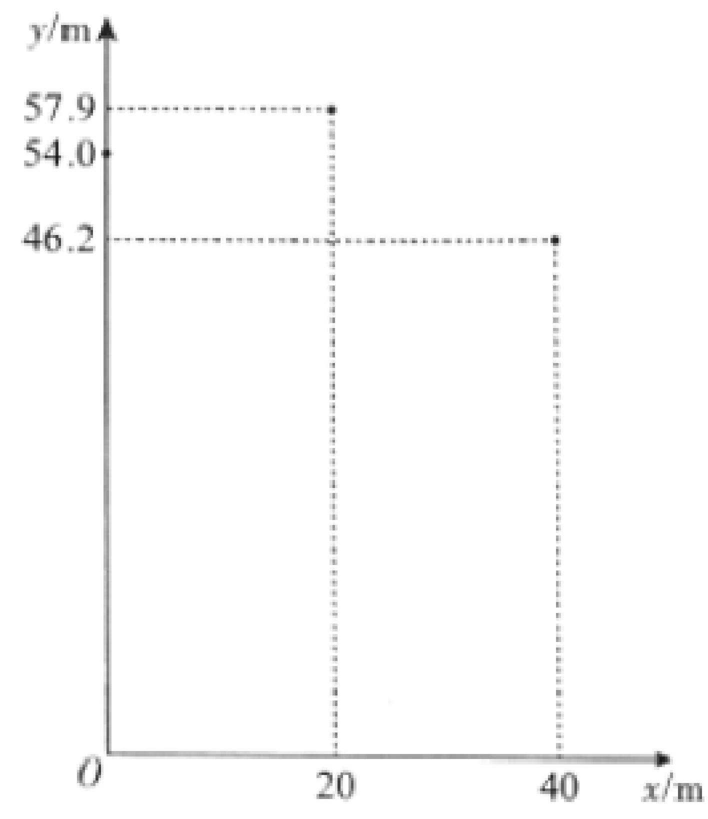
（A）360^{o}　　（B）540^{o}　　（C）720^{o}　　（D）900^{o}

6. 如果 $a-b=2\sqrt{3}$，那么代数式 $\frac{a^2+b^2}{2a}-b\ \ \frac{a}{a-b}$ 的值为

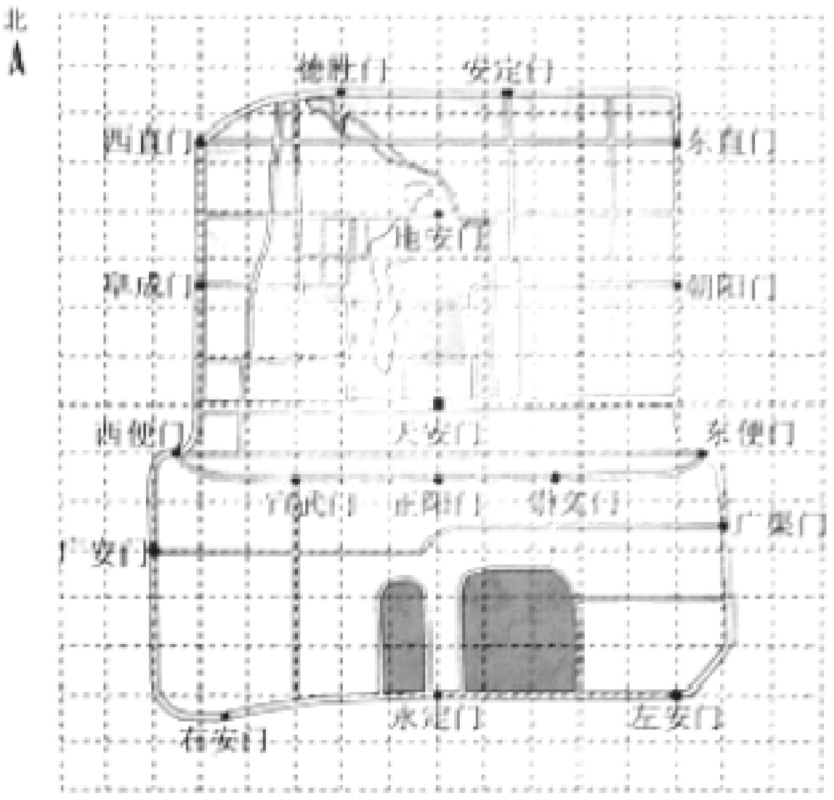
（A）$\sqrt{3}$　　（B）$2\sqrt{3}$　　（C）$3\sqrt{3}$　　（D）$4\sqrt{3}$

7. 跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一，运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，运动员起跳后的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=ax^2+bx=c(a\ \ 0)$。下图记录了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离为

（A）10m　　　　（B）15m　　　　（C）20m　　　　（D）22.5m



（第 7 题图）



（第 8 题图）

8. 上图是老北京城一些地点的分布示意图。在图中，分别以正东、正北方向为 x 轴、y 轴的正方向建立平面直角坐标系，有如下四个结论：

①当表示天安门的点的坐标为 $(0,0)$，表示广安门的点的坐标为 $(-6,-3)$ 时，表示左安门的点的坐标为 $(5,-6)$；

②当表示天安门的点的坐标为 $(0,0)$，表示广安门的点的坐标为 $(-12,-6)$ 时，表示左安门的点的坐标为 $(10,-12)$；

③当表示天安门的点的坐标为 $(1,1)$，表示广安门的点的坐标为 $(-11,-5)$ 时，表示左安门的点的坐标为 $(11,-11)$；

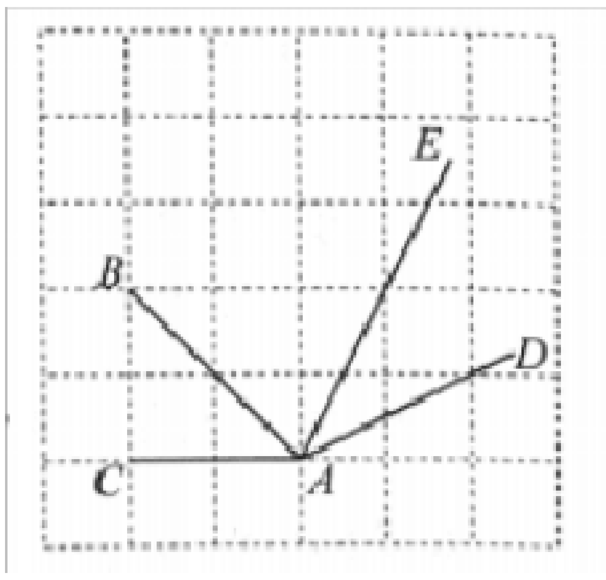
④当表示天安门的点的坐标为 $(1.5,1.5)$，表示广安门的点的坐标为 $(-16.5,-7.5)$ 时，表示左安门的点的坐标为 $(16.5,-16.5,)$。

上述结论中，所有正确结论的序号是

（A）①②③　　　　（B）②③④　　　　（C）①④　　　　（D）①②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

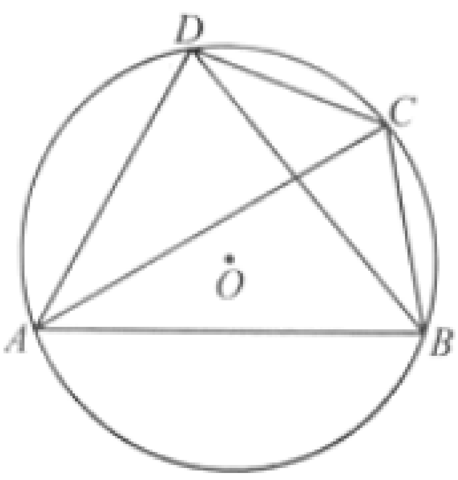
9. 右图所示的网络是正方形网格，$\angle BAC$ __________ $\angle DAE$。（填“>”，“=”或“<”）



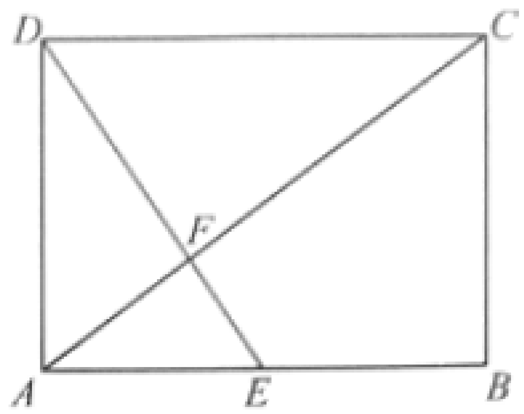
10. 若 $\sqrt{x}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是 ________________。

11. 用一组 a,b,c 的值说明命题 “若 $a<b$，则 $ac<bc$ ”是错误的，这组值可以是 $a=$_____，$b=$_____，$c=$_____。

12. 如图，点 A，B，C，D 在 ⊙ O 上，$\overset{\frown}{CB}=\overset{\frown}{CD}$，$CAD=30$，$ACD=50$，则 $ADB=$_________。



（第 12 题图）



（第 13 题图）

13. 如图，在矩形 ABCD 中，E 是边 AB 的中点，连接 DE 交对角线 AC 于点 F，若 $AB=4$，$AD=3$，则 CF 的长为 _________。

14. 从甲地到乙地有 A，B，C 三条不同的公交线路。为了解早高峰期间这三条线路上的公交车从甲地到乙地的用时情况，在每条线路上随机选取了 500 个班次的公交车，收集了这些班次的公交车用时（单位：分钟）的数据，统计如下：

公交车用时 / 公交车用时的频数 / 线路	$30\leqslant t\leqslant 35$	$35<t\leqslant 40$	$40<t\leqslant 45$	$45<t\leqslant 50$	合计
A	59	151	166	124	500
B	50	50	122	278	500
C	45	265	167	23	500

早高峰期间，乘坐 ________（填 “ A,” “ B或 “ C)” 线路上的公交车，从甲地到乙地 “用时不超过

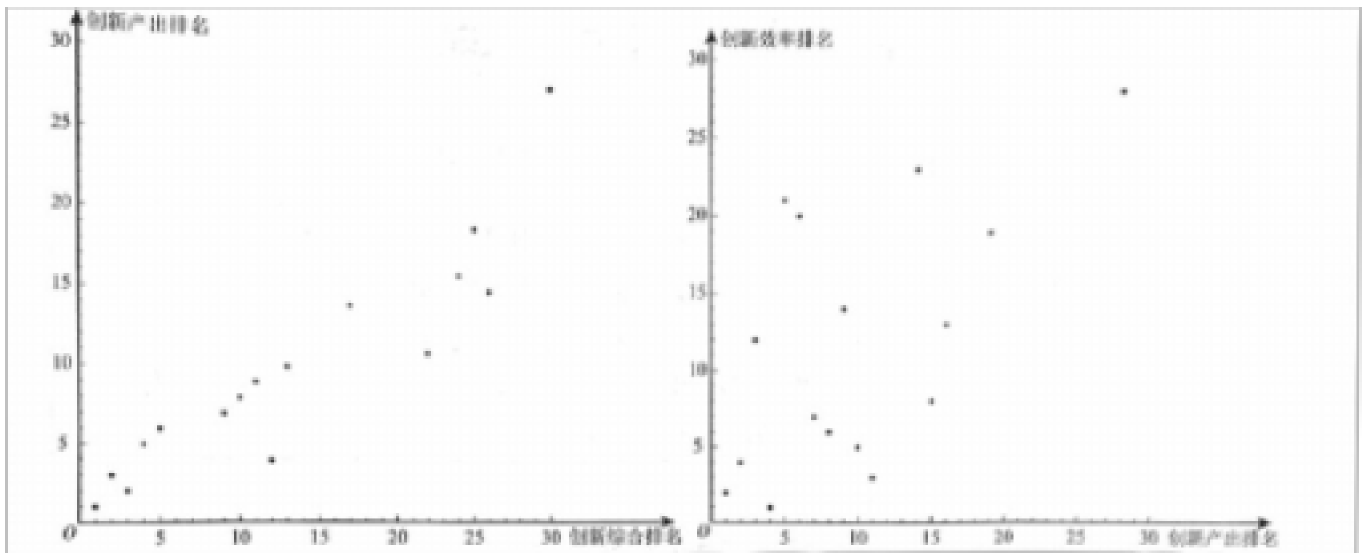
45 分钟 ”的可能性最大。

15. 某公园划船项目收费标准如下：

船型	两人船（限乘两人）	四人船（限乘四人）	六人船（限乘六人）	八人船（限乘八人）
每船租金（元 /小时）	90	100	130	150

某班 18 名同学一起去该公园划船，若每人划船的时间均为 1 小时，则租船的总费用最低为 元。

16. 2017 年，部分国家及经济体在全球的创新综合排名、创新产出排名和创新效率排名情况如图所示，中国创新综合排名全球第 22，创新效率排名全球第 __________。



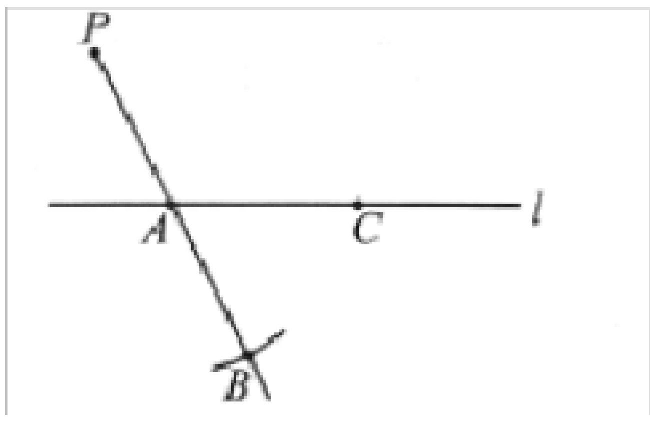
三、解答题（本题共 68 分，第 17-22 题，每小题 5 分，第 23-26 题，每小题 6 分，第 27,28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 下面是小东设计的 “过直线外一点作这条直线的平行线 ”的尺规作图过程。

已知：直线 l 及直线 l 外一点 P 。

求作：直线 PQ，使得 PQ ∥ l 。

作法：如图，



①在直线 l 上取一点 A，作射线 PA，以点 A 为圆心， AP 长为半径画弧，交 PA 的延长线于点 B；

②在直线 l 上取一点 C （不与点 A 重合），作射线 BC，以点 C 为圆心， CB 长为半径画弧，交 BC 的延长线于点 Q；

③作直线 PQ 。所以直线 PQ 就是所求作的直线。

根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明。

证明：∵ AB＝___________，CB＝___________，

∴ PQ ∥ l（__________）（填推理的依据）。

18.计算 $4\sin45°+(-2)^0-\sqrt{18}+|-1|$

19.解不等式组：$\begin{cases} 3(x+1)>x-1 \\ \dfrac{x+9}{2}>2x \end{cases}$

20.关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+1=0$.

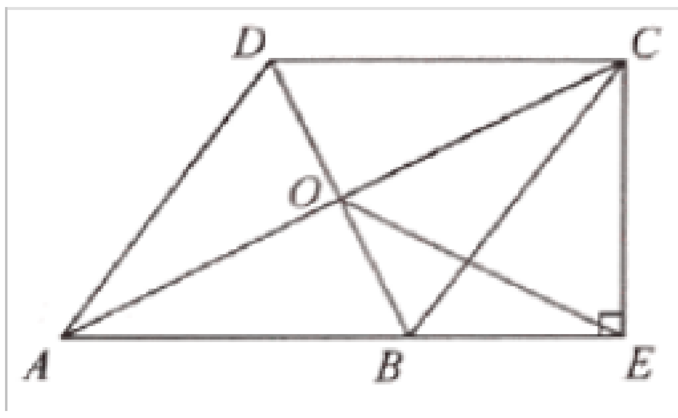
(1)当 b=a+2 时，利用根的判别式判断方程根的情况；

(2)若方程有两个相等的实数根，写出一组满足条件的 a，b 的值，并求此时方程的根.

21.如图，在四边形 ABCD 中，AB//DC，AB=AD，对角线 AC，BD 交于点 O，AC 平分∠BAD，过点 C 作 CE⊥AB 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE.

(1)求证:四边形 ABCD 是菱形；

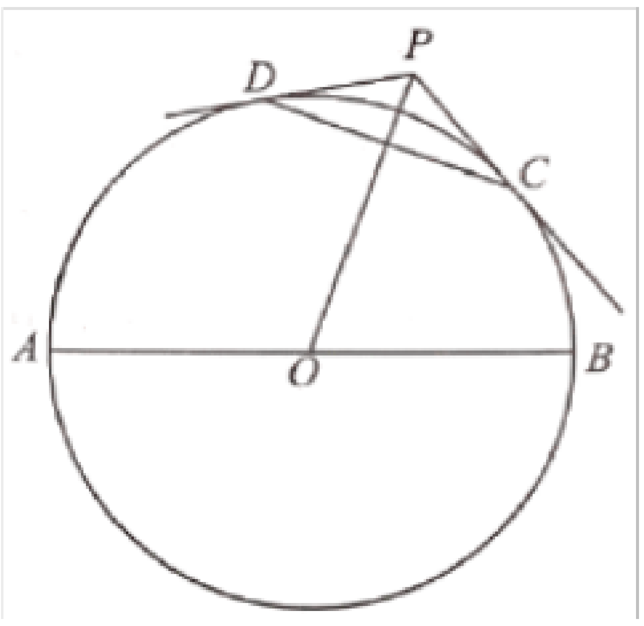
(2)若 AB=$\sqrt{5}$，BD=2，求 OE 的长.



22. 如图，AB 是⊙O 的直径，过⊙O 外一点 P 作⊙O 的两条切线 PC，PD，切点分别为 C，D，连接 OP，CD.

(1)求证:OP⊥CD;

(2)连接 AD，BC，若∠DAB=50°，∠CBA＝70°，OA=2，求 OP 的长.



23.在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象 G 经过点 A(4，1)，直线 L:$y=\frac{1}{4}x+b$ 与图象 G 交

于点 B，与 y 轴交于点 C

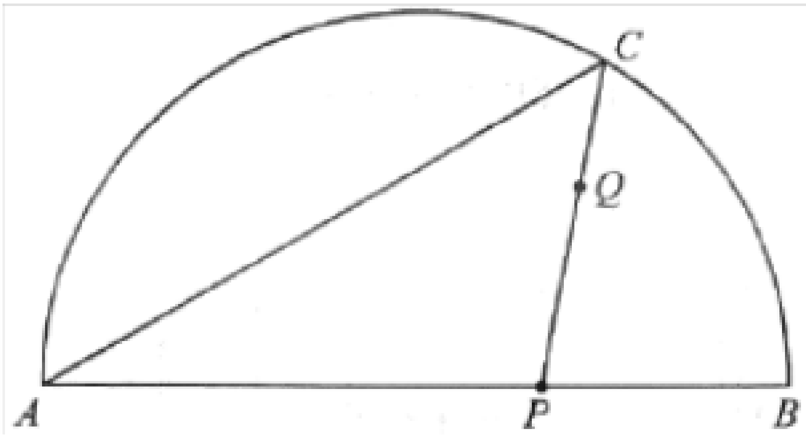
(1)求 k 的值；

(2)横、纵坐标都是整数的点叫做整点.记图象 G 在点 A，B 之间的部分与线段 OA，OC，BC 围成的区域(不含边界)为 w.

①当 b=-1 时，直接写出区域 W 内的整点个数；

②若区域 W 内恰有 4 个整点，结合函数图象，求 b 的取值范围

24.如图，Q 是$\widehat{AB}$与弦 AB 所围成的图形的内部的一定点，P 是弦 AB 上一动点，连接 PQ 并延长交$\widehat{AB}$于点 C，连接 AC.已知 AB=6cm，设 A，P 两点间的距离为 xcm，P，C 两点间的距离为 $y_1$cm，A，C 两点间的距离为 $y_2$cm.



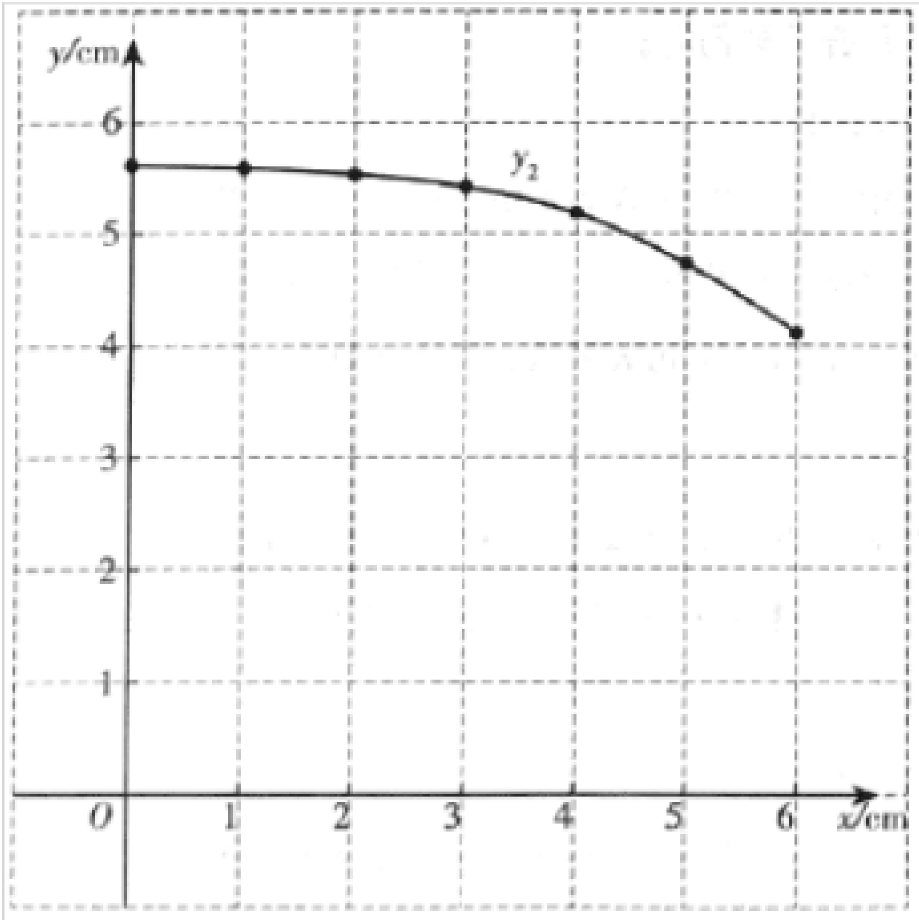
小腾根据学习函数的经验，分别对函数 y_1,y_2，随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小腾的探究过程，请补充完整:

(1)按照下表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量，分别得到了 y_1,y_2 与 x 的几组对应值；

X/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.62	4.67	3.76		2.65	3.18	4.37
y_2/cm	5.62	5.59	5.53	5.42	5.19	4.73	4.11

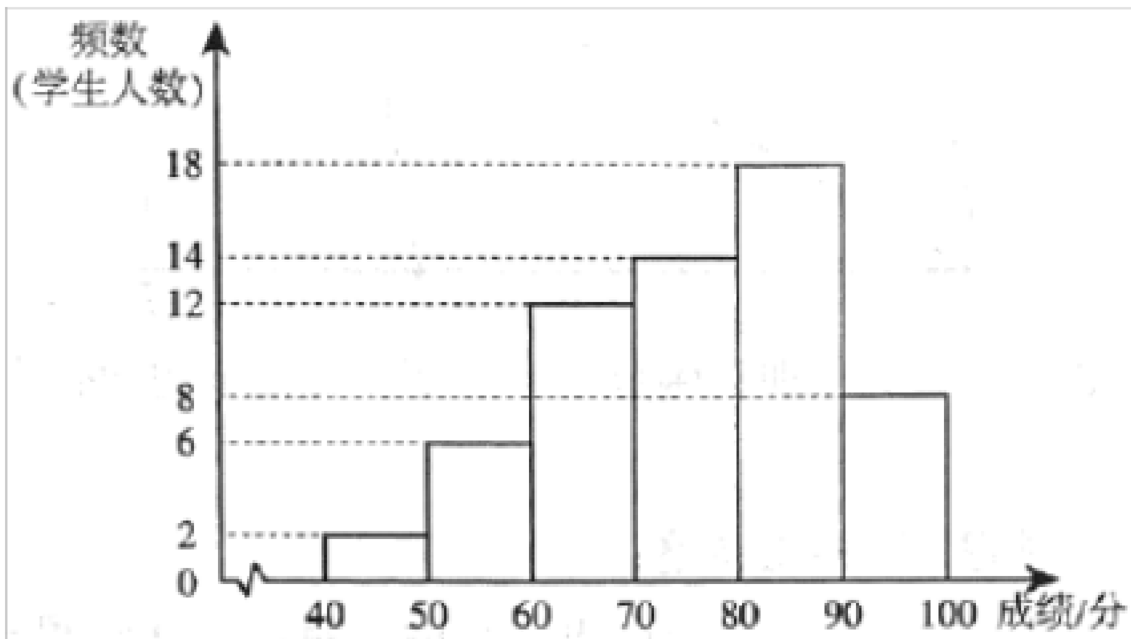
(2)在同一平面直角坐标系 xOy 中，描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x，y_1)并画出 (x，y_2)函数 y_1，y_2的图象；



(3)结合函数图象，解决问题：当△APC 为等腰三角形时，AP 的长度约为 ________ cm.

25.某年级共有 300 名学生.为了解该年级学生 A，B 两门课程的学习情况，从中随机抽取 60 名学生进行测试，获得了他们的成绩（百分制），并对数据 (成绩) 进行整理、描述和分析.下面给出了部分信息.

a.A 课程成绩的频数分布直方图如下（数据分成 6 组:$40\le x<50$，$50\le x<60$，$60\le x<70$，$70\le x<80$，$80\le x<90$，$90\le x\le 100$):



b.A 课程成绩在 $70\le x<80$ 这一组的是：

70 71 71 71 76 76 77 78 78.5 78.5 79 79 79 79.5

c.A，B 两门课程成绩的平均数、中位数、众数如下：

课程	平均数	中位数	众数
A	75.8	m	84.5
B	72.2	70	83

根据以上信息，回答下列问题：

(1)写出表中 m 的值；

(2)在此次测试中，某学生的 A 课程成绩为 76 分，B 课程成绩为 71 分，这名学生成绩排名更靠前的课程是 _____(填"A" 或"B")，理由是 __________，

(3)假设该年级学生都参加此次测试，估计 A 课程成绩跑过 75.8 分的人数.

26.在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=4X+4$ 与 x 轴 y 轴分别交于点 A，B，抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ 经过点 A 将点 B 向右平移 5 个单位长度，得到点 C.

(1) 求点 C 的坐标；

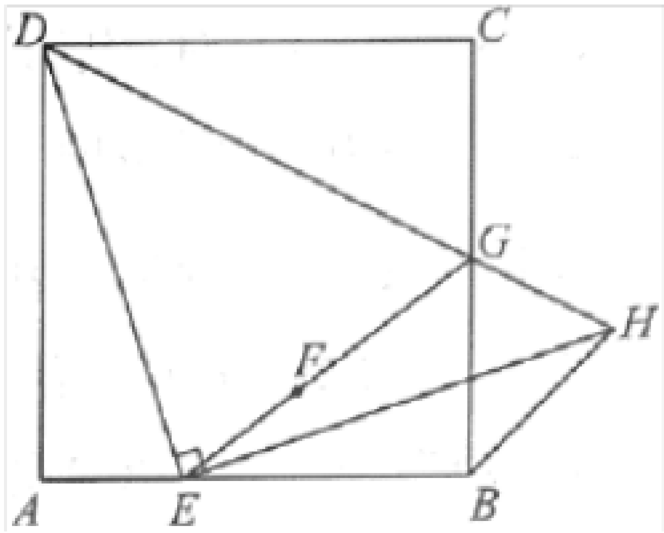
(2) 求抛物线的对称轴；

(3) 若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点，结合函数图象，求 a 的取值范围

27.如图，在正方形 ABCD 中，E 是边 AB 上的一动点 (不与点 A，B 重合)，连接 DE，点 A 关于直线 DE 的对称点为 F，连接 EF 并延长交 BC 于点 G，连接 DG，过点 E 作 $EH\perp DE$ 交 DG 的延长线于点 H，连接 BH.

(1) 求证 :GF=GC;

(2) 用等式表示线段 BH 与 AE 的数量关系，并证明 .



28.对于平面直角坐标系元 xOy 中的图形 M，N，给出如下定义 :P 为图形 M 上任意一点，Q 为图形 N 上任意一点，如果 P，Q 两点间的距离有最小值，那么称这个最小值为图形 M，N 间的 "闭距离 "，记作 d(M，N) .

已知点 A(-2，6)，B(-2，-2)，C(6，-2).

(1) 求 d(点 0，△ABC);

(2) 记函数 $y=kx(-1\leq x\leq 1, k\neq 0)$ 的图象为图形 G.若 d(G，△ABC)=1，直接写出 k 的取值范围；

(3) ⊙T 的圆心为 T(t，0)，半径为 1.若 d(⊙T，△ABC)=1，直接写出 t 的取值范围 .

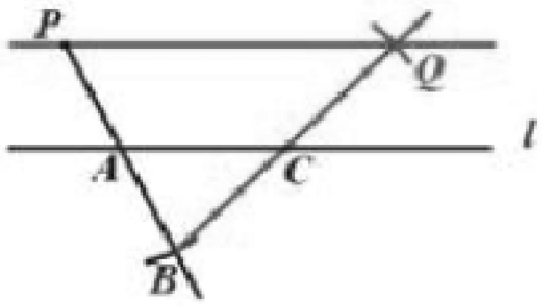
参考答案

1-5：ABDCC　　6-8：ABD

9、＞　　10、x≥0　　11、1；2；0　　12、70　　13、$\frac{10}{3}$

14、C　　15、380　　16、3

17.【答案】(1) 如图：



(2) $AB=PA$，$CB=CQ$.

依据：①连接三角形两边中点的线段叫三角形的中位线；

②三角形的中位线平行于第三边；③两点确定一条直线.

18. 解：原式$=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1-3\sqrt{2}$

$=2-\sqrt{2}$

19.【解析】本题考查了一元一次不等式组的解法

解不等式①，得

$3(x+1)>x-1$

$3x+3>x-1$

$2x>-4$　　$x>-2$

解不等式②，得

$\frac{x+9}{2}>2x$　　$x<3$

故$-2<x<3$

20.【解析】（1）$\Delta=(a+2)^2-4a=a^2+4>0$

故方程有两个不相等的实数根.

（2）$\Delta=b^2-4a=0$

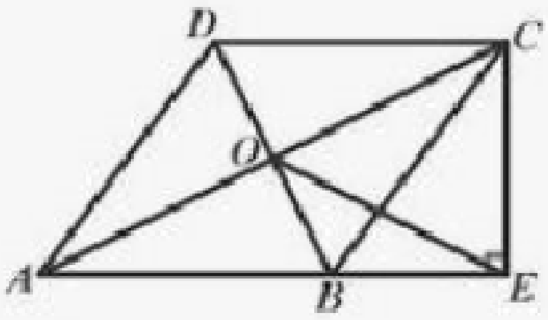
可令 $b=2,a=1$

此时方程为 $x^2+2x+1=0$

$\therefore(x+1)^2=0$

$\therefore x_1=x_2=-1$.

21. （1）$\because AB//CD$



$\therefore\angle OAB=\angle DCA$

$\because AC$ 为 $\angle DAB$ 平分线

$\therefore\angle OAB=\angle DAC$

即 $\angle DCA=\angle DAC$

$\therefore CD=AD=AB$

又 $\because AB//CD$ $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形

又 $\because AD=AB$ $\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 为菱形

（2）$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形

$\therefore OA=OC$ $BD\perp AC$

$\because CE\perp AB$ $\therefore OE=AO=OC$

$\because BD=2$ $\therefore OB=\frac{1}{2}BD=1$

在 $Rt\triangle AOB$ 中，$AB=\sqrt{5}$，$OB=1$

$\therefore OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=2$

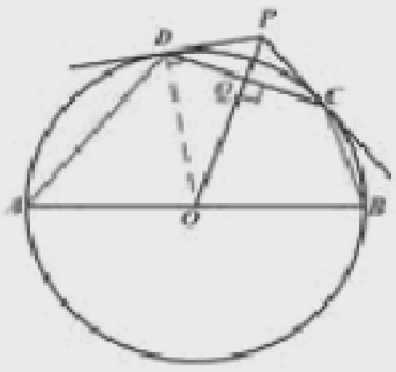
$\therefore OE=OA=2$

22. （1）证明：∵PC，PD 是⊙O 的切线

∴$PD=PC$，$\angle OPD=\angle OPC$

∴$OP\perp CD$.

（2）设 OP 与 CD 交于点 Q，连接 OD



∵$OD=OA$

∴$\angle OAD=\angle ODA=50^\circ$

∵ $\angle CBA=70^\circ$

∴ $\angle ADC=110^\circ$ ，$\angle ODC=60^\circ$

又∵$OP\perp CD$　∴ $\angle OQD=90^\circ$

∴$OQ=OD\cdot\sin 60^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

∴$DQ=OD\cdot\cos 60^\circ=1$

∵PD 是切线　∴ $\angle PDO=90^\circ$

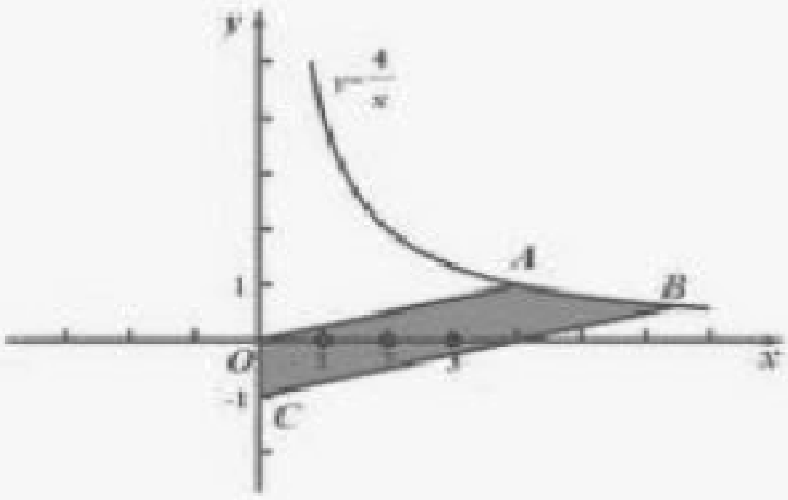
∴ $\angle PDC=30^\circ$

∴$PQ=DQ\cdot\tan 30^\circ=1\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

∴$OP=PQ+QO=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

23. （1）由反比例函数过(4,1)，得 $k=1\times4=4$.

（2）①由图可知，整点为(1,0)，(2,0)，(3,0).



②当 $b>0$ 时，直线过(1,2)时，$b=\frac{7}{4}$　　直线过(1,3)时，$b=\frac{11}{4}$

∴ $\frac{7}{4}<b\le\frac{11}{4}$

当 $b<0$ 时，直线过(4,0)时，$b=-1$　　直线过(5,0)时，$b=-\frac{5}{4}$

∴ $-\frac{5}{4}\le b<-1$

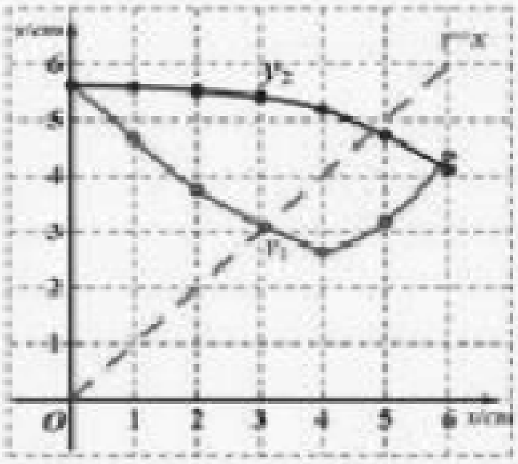
总结：$-\frac{5}{4}\le b<-1$ 或 $\frac{7}{4}<b\le\frac{11}{4}$

24. 【答案】（本题答案不唯一）

（1）$x=3$，$y_1=3.00$

x/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.62	4.67	3.76	3.00	2.65	3.18	4.37
y_2/cm	5.62	5.59	5.53	5.42	5.19	4.73	4.11

（2）如图所示



（3）3.00，4.91，5.77

25.【解析】①共 60 个数，中位数应该是第 30 个数与第 31 个数和的一半

$(78.5+79)\div 2=78.75$

②76<78.75，71>70，B 课程成绩比中位数高

③过 75.8 分的共有 36 人

$\frac{36}{60}\times 300=180$（人）

26.（1）与 y 轴交点：令 $x=0$ 代入直线 $y=4x+4$

得 $y=4$

$\therefore B$（0,4）

$\because$ 点 B 向右平移 5 个单位长度得到点 C

$\therefore C$（5,4）

（2）与 x 轴交点：令 $y=0$ 代入直线 $y=4x+4$

得 $x=-1$

$\therefore A$（-1,0）

将点 A（-1,0）代入抛物线 $y=ax^2+bx-3a$ 中

得 $0=a-b-3a$ 即 $b=-2a$

$\therefore$ 抛物线对称轴 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2a}{2a}=1$

（3）∵抛物线始终过点 A（-1,0）且对称轴 $x=1$

由抛物线对称性可知抛物线也一定过 A 的对称点（3,0）

①$a>0$ 时，如图 1

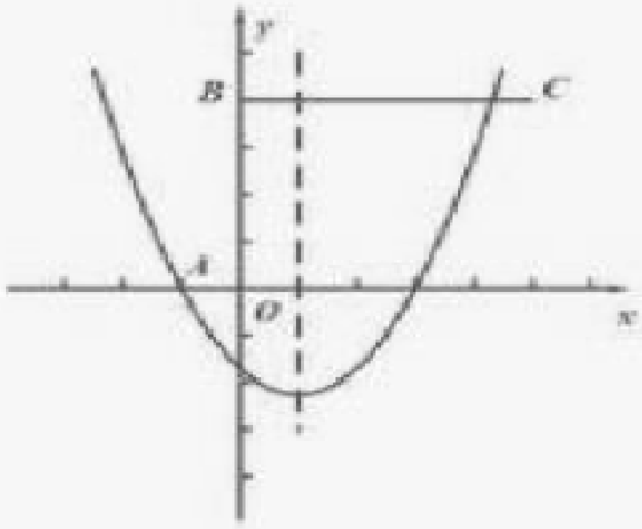


图 1

将 $x=0$ 代入抛物线得 $y=-3a$

∵抛物线与线段 BC 恰有一个公共点

$\therefore -3a<4$

$a>-\frac{4}{3}$

将 $x=5$ 代入抛物线得 $y=12a$

$\therefore 12a\geq 4$

$a\geqslant\frac{1}{3}$

$\therefore a\geqslant\frac{1}{3}$

②$a<0$ 时，如图 2

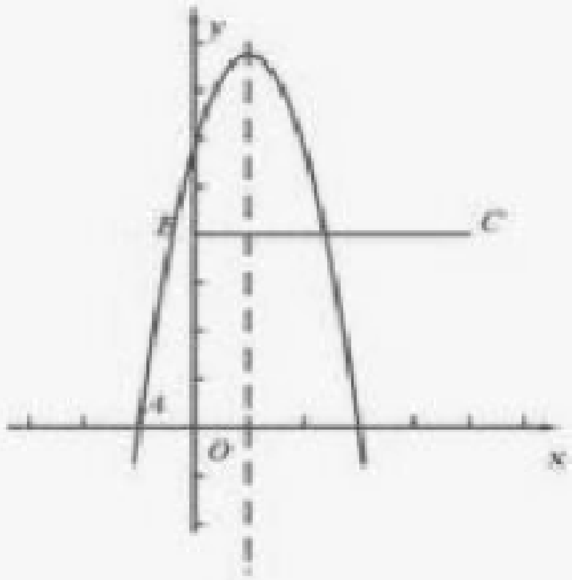


图 2

将 $x=0$ 代入抛物线得 $y=-3a$

∵抛物线与线段 BC 恰有一个公共点

$\therefore -3a>4$

$\therefore a<-\frac{4}{3}$

③当抛物线顶点在线段 BC 上时，则顶点为（1,4），如图 3

将点（1,4）代入抛物线

得 $4=a-2a-3a$

$a=-1$

∴综上所述，$a\geq\frac{1}{3}$ 或 $a<-\frac{4}{3}$ 或 $a=-1$

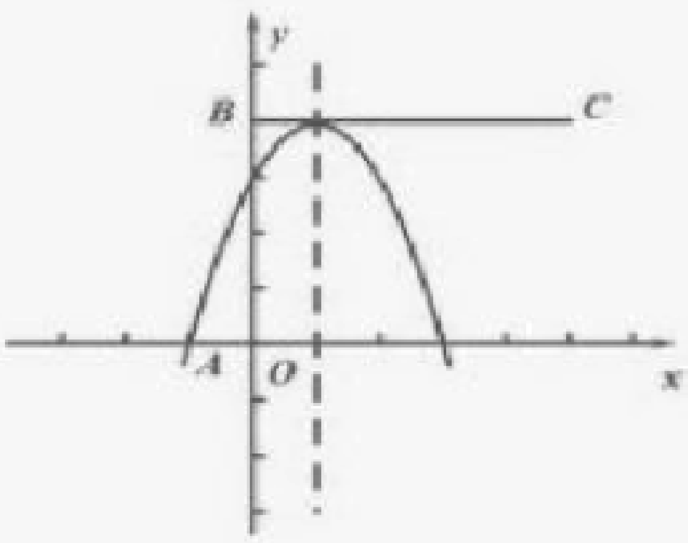
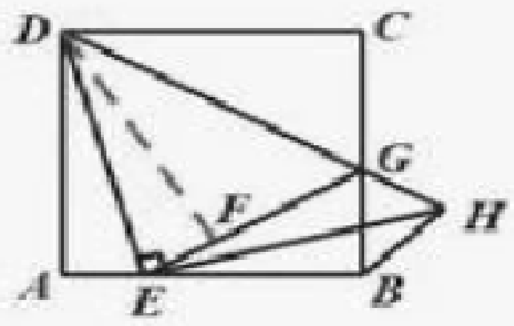


图 3

27. （1）证明：如图，连接 DF



∵四边形 $ABCD$ 为正方形

∴$DA=DC=AB$

$\angle A=\angle C=\angle ADC=90^\circ$

又∵点 A 关于直线 DE 的对称点为 F

∴$\triangle ADE\cong\triangle FDE$

∴$DA=DF=DC$

$\angle DFE=\angle A=90^\circ$

∴$\angle DFG=90^\circ$

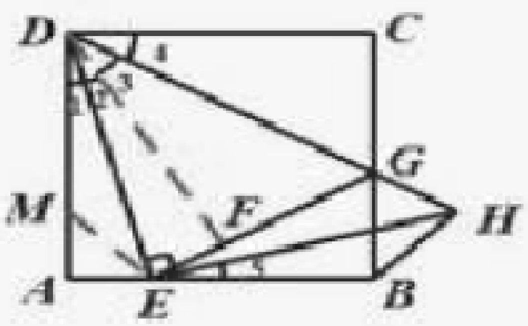
在 Rt$\triangle DFG$ 和 Rt$\triangle DCG$ 中

$\begin{cases} DF=DC \\ DG=DG \end{cases}$

∴$\triangle DFG\cong\triangle DCG$（HL）

∴$GF=GC$

（2）在线段 AD 上截取 AM，使 $AM=AE$



∵$AD=AB$

∴ $DM=BE$

由（1）得 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$

∵ $\angle ADC=90^\circ$

∴ $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=90^\circ$

∴$2\angle 2+2\angle 3=90^\circ$

∴ $\angle 2+\angle 3=45^\circ$

∴ $\angle EDH=45^\circ$

∵$EH\perp DE$

∵ $\angle DEH=90°$，$\angle A=90°$

∵ $\angle 1+\angle AED=90°$

$\angle 5+\angle AED=90°$

∴ $\angle 1=\angle 5$

在$\triangle DME$和$\triangle EBH$中

$$\begin{cases} DM=BE \\ \angle 1=\angle 5 \\ DE=EH \end{cases}$$

∴ $\triangle DME \cong \triangle EBH$（SAS）

∴ $ME=BH$

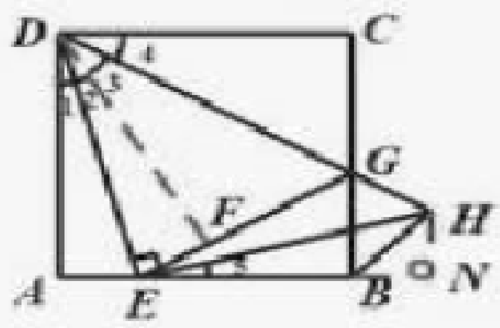
∵ $\angle A=90°$，$AM=AE$

∴ $ME=\sqrt{2}AE$

∴ $BH=\sqrt{2}AE$

方法二：三垂直模型

过点H作AB的垂线交AB延长线于点N



∴ $\angle ENH=90°$

由方法一可知$DE=EH$，$\angle 1=\angle 5$

在$\triangle DAE$和$\triangle ENH$中

$$\begin{cases} \angle A=\angle ENH \\ \angle 1=\angle 5 \\ DE=EH \end{cases}$$

∴ $\triangle DAE \cong \triangle ENH$（AAS）

∴ $AE=NH$，$AD=EN$

∵ $AD=AB$

$AB=AE+BE$

$EN=BE+BN$

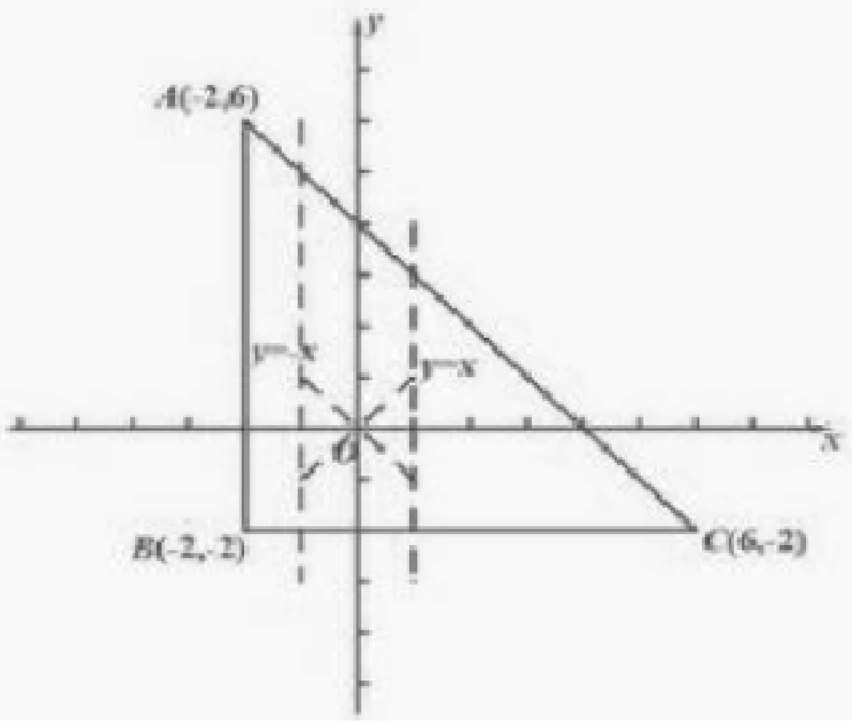
∴ $AE=BN=NH$

∵ $\angle ENH=90°$，$BN=NH$

∴ $BH=\sqrt{2}BN$

∴ $BH=\sqrt{2}AE$

28. （1）如图1，点 O 到△ABC 的距离最小值为2.



（2）如图1，$y=kx$（$k\neq0$）经过原点，在$-1\leqslant x\leqslant1$ 范围内，函数图象为线段.

当$y=kx$（$-1\leqslant x\leqslant1$，$k\neq0$）经过（1，-1）时，$k=-1$，

此时 d（G，△ABC）=1

当$y=kx$（$-1\leqslant x\leqslant1$，$k\neq0$）经过（-1，-1）时，$k=1$，

此时 d（G，△ABC）=1

∴$-1\leqslant k\leqslant1$

∵$k\neq0$

∴$-1\leqslant k\leqslant1$ 且 $k\neq0$

（3）⊙T 与△ABC 的位置关系分三种情况：

①⊙T 在△ABC 的左侧时，d（⊙T，△ABC）=1

此时 $t=-4$

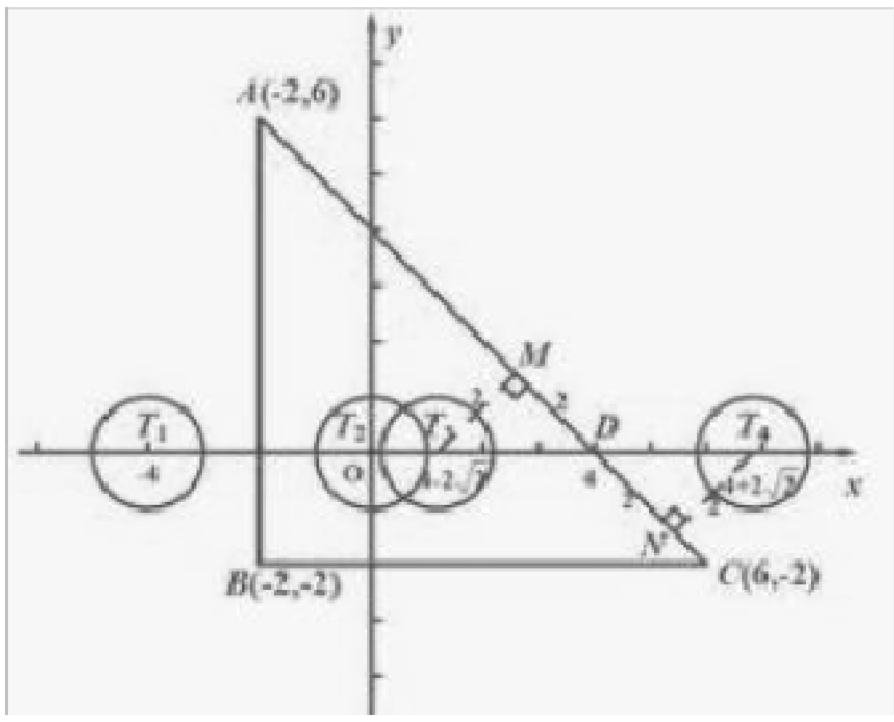
②⊙T 在△ABC 的内部时，d（⊙T，△ABC）=1

此时 $0\leqslant t\leqslant4-2\sqrt{2}$

③⊙T 在△ABC 的右侧时，d（⊙T，△ABC）=1

此时 $t=4+2\sqrt{2}$

综上所述，$t=-4$ 或 $0\leqslant t\leqslant4-2\sqrt{2}$ 或 $t=4+2\sqrt{2}$



y
A(-2,6)
M
D
T1
T2
T3
T4
x
O
N
B(-2,-2)
C(6,-2)