



义务教育教科书
(五·四学制)

六年级

上册

数学



人民教育出版社

义务教育教科书
(五·四学制)

数学

六年级 上册

人民教育出版社 课程教材研究所
小学数学课程教材研究开发中心 | 编著 |

人教版®

人民教育出版社

· 北京 ·

主 编：林 群 杨 刚
本册主编：王永春 陶雪鹤

主要编写人员：周小川 熊 华 刘 丽 刘福林 王永春 丁国忠
责任编辑：丁国忠
美术编辑：王俊宏

版面设计：王俊宏

插 图：王俊宏 绘眼堂艺术工作室
文鲁工作室（封面）

图片提供：朱 京

义务教育教科书（五·四学制）数学 六年级 上册

人民教育出版社 课程教材研究所 编著
小学数学课程教材研究开发中心

出版发行 人民教育出版社

（北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编：100081）

网 址 <http://www.pep.com.cn>

人教版®

版权所有·未经许可不得采用任何方式擅自复制或使用本产品任何部分·违者必究

如发现内容质量问题，请登录中小学教材意见反馈平台：jcyjfk.pep.com.cn

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与当地新华书店或印厂联系调换。

厂址：哈尔滨市阿城区通城街 电话：0451-53755467 邮编：150301

质量监督电话：0451-84632411

主编的话

同学们，欢迎大家使用这套数学教科书，希望它能成为你们学习数学的好帮手。

为什么要学习数学呢？最主要的理由有两方面：

数学应用很广泛。数学是重要的基础科学，是通向科学大门的金钥匙。华罗庚说：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，数学无处不在。”当今，由于与计算机技术的结合，数学已渗透到人类社会的各个领域。在我们的生活、学习、工作乃至娱乐中，数学的作用与日俱增。

数学使人更聪明。数学是锻炼思维的体操。学习数学能使我们更合乎逻辑、更有条理、更严密、更精确、更深入地思考和解决问题，能增强我们的的好奇心、想象力和创造性，有助于提高学习能力。懂得并能运用数学，就意味着你有更多的机会和选择。

如何使用这套教科书学好数学呢？下面提出一些想法，供大家参考。

勤于思考，勇于探究，善于归纳。数学的发展源远流长，我们所学的数学基础知识，大多是从丰富的实际背景中抽象概括而成的。例如，当你感到“人很多”“月亮很圆”“速度变了”时，会进一步想到人数的估算、圆的特征、速度的变化规律等，由此又可引发关于数量和图形的一系列问题，这是一个循序渐进、由表及里、逐步深入的过程。这套书安排了“思考”“探究”“归纳”等栏目，引导大家经历上述过程，通过观察、分析、猜想、试验、推理、反思、交流等活动获取数学知识，积累学习经验，逐步学会发现、提出、分析和解决问题。

巩固基础，注重运用，提高能力。学数学首先要充分重视概念、公式和定理等，并且要通过解题等实践活动，深化认识和提高能力。为此，这套书设计了“复习巩固”“综合运用”“拓广探索”等不同层次的习题，每章后面都有“数学活动”。学习这些内容时，同学们应加强独立思考，认真地分析问题、探寻解题思路、落实解题步骤，并要及时反思解题过程。只要采取科学合理的、适合自己的学习方式，学数学、用数学的能力一定能不断提高。

开阔视野，自主学习，立足发展。数学通今达古、博大精深，奥妙无穷。为使同学们在更广阔的数学天地中提升自学能力，这套书提供了“阅读与思考”“观察与猜想”“实验与探究”和“信息技术应用”等选学内容。希望同学们通过生动活泼、积极主动的学习，培养更广泛的数学学习兴趣，不断增强探究能力。

千里之行，始于足下，让我们从六年级上册开始学习吧！在这册书中，数的运算扩展到“**分数乘法**”和“**分数除法**”，这两章内容也是后面学习“**百分数**”和“**比例**”的基础。“**圆的初步认识**”和“**圆柱与圆锥**”将带你走进丰富多彩的图形世界，认识和了解这几位图形朋友。

同学们，你们处在学习数学的最佳时期，学好数学将会终生受益。未来的世界等待你们去建设，科学的高峰等待你们去攀登。预祝你们在新的学习征途上不断奋进！

目 录

第一章 分数乘法



1.1 分数乘法	2
阅读与思考 分式	10
1.2 倒数的认识	11
1.3 分数乘法的应用	12
数学活动	18
小结	19
复习题 1	20

第二章 分数除法



2.1 分数除法	23
2.2 混合运算	30
2.3 分数除法的应用	33
2.4 比	38
阅读与思考 黄金比	44
数学活动	45
小结	46
复习题 2	47

人教版®

第三章 圆的初步认识



3.1 认识圆	50
阅读与思考 圆的妙用	55
3.2 圆的周长	56
3.3 圆的面积	60
3.4 扇形	64
数学活动	66
小结	67
复习题 3	68

第四章 百分数



4.1 百分数的意义和写法	70
4.2 百分数与小数、分数的互化	72
4.3 百分数的应用	76
阅读与思考 什么是“成数”?	83
4.4 扇形统计图	84
阅读与思考 其他形式的扇形统计图	87
数学活动	88
小结	89
复习题 4	90



第五章 圆柱与圆锥

5.1 圆柱	94
阅读与思考 圆柱容球	102
5.2 圆锥	103
数学活动	107
小结	108
复习题 5	109

第六章 比例



6.1 比例的意义和基本性质	112
6.2 正比例和反比例的意义	116
阅读与思考 反比例关系图象	121
6.3 比例的应用	122
数学活动	131
小结	132
复习题 6	133

部分中英文词汇索引	134
附页	

第一章 分数乘法

在小学，你们已经认识了分数，并掌握了分数加减法的计算方法。

分数乘法的意义是什么？怎样计算分数乘法？这是本章要研究的主要问题。

通过本章的学习，你将进一步了解有关分数的运算，并利用分数乘法解决一些实际问题。

2016 年，世界人均耕地面积为 $1\,920\text{ m}^2$ ，

我国人均耕地面积仅占世界人均耕地面积的 $\frac{9}{20}$ 。



1.1 分数乘法

1.1.1 分数与整数相乘

先看下面的问题（图 1.1-1）：

小新、爸爸、妈妈一起吃蛋糕，每人吃 $\frac{2}{9}$ 块，3 人一共吃多少块？

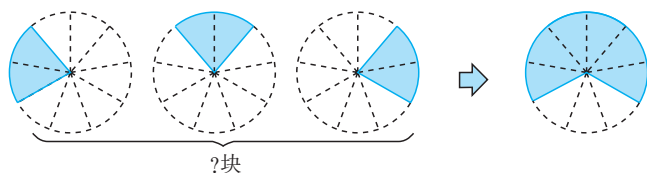


图 1.1-1

用加法算： $\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2+2+2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ （块）。

用乘法算： $\frac{2}{9} \times 3 = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2+2+2}{9} = \frac{2 \times 3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ （块）。

用乘法算也可以这样列式： $3 \times \frac{2}{9}$ 。

通过上面的计算，你能发现分数与整数相乘的计算方法吗？



归纳

分数与整数相乘，用分数的分子和整数相乘的积作分子，分母不变。

例 1 计算： $\frac{3}{8} \times 6$ 。

解： $\frac{3}{8} \times 6 = \frac{3 \times 6}{8} = \frac{9}{4}$ 。



能约分的可以先约分，再计算。

练习

1. 看图写算式.

$$\underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad},$$

$$\underline{\quad\quad} \times \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}.$$

2. 计算:

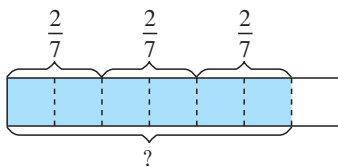
(1) $\frac{2}{15} \times 4$;

(2) $\frac{5}{12} \times 8$;

(3) $2 \times \frac{3}{4}$;

(4) $3 \times \frac{2}{11}$.

3. 一袋面包重 $\frac{3}{10}$ kg, 3 袋面包重多少千克?



1.1.2 一个数乘分数

先看下面的问题 (图 1.1-2): 一杯水重 $\frac{1}{2}$ kg.

(1)



3杯水重? kg

算式: $\frac{1}{2} \times 3$

求 3 个 $\frac{1}{2}$ kg 的和, 也就是求

$\frac{1}{2}$ kg 的 3 倍是多少.

(2)



$\frac{1}{2}$ 杯水重? kg

算式: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

把 $\frac{1}{2}$ kg 平均分成 2 份, 求其

中的一份是多少, 也就是求

$\frac{1}{2}$ kg 的 $\frac{1}{2}$ 是多少.

(3)



$\frac{3}{4}$ 杯水重? kg

算式: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$

求 $\frac{1}{2}$ kg 的 $\frac{3}{4}$ 是多少.

图 1.1-2



归纳

一个数与分数相乘, 可以看做是求这个数的几分之几是多少.



探究

如图 1.1-3, 先涂出一张纸的 $\frac{1}{5}$, 再涂出 $\frac{1}{5}$ 的 $\frac{1}{4}$, 看看是这张纸的几分之几.

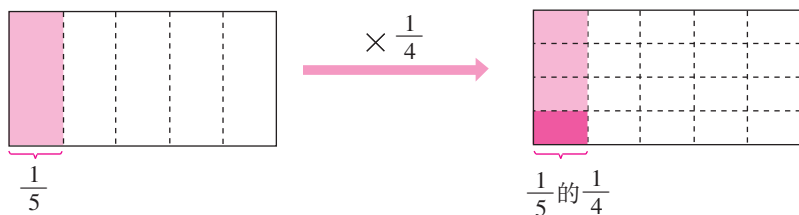


图 1.1-3

求 $\frac{1}{5}$ 的 $\frac{1}{4}$ 是多少, 算式是 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{4}$.

可以这样想: 把 $\frac{1}{5}$ 平均分成 4 份, 取其中的一份就是把 1 平均分成 (5×4)

份, 取其中的一份, 结果是 $\frac{1}{5 \times 4} \times 1 = \frac{1 \times 1}{5 \times 4}$.

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}.$$



思考

先涂出图 1.1-4 中这张纸的 $\frac{1}{5}$, 再涂出 $\frac{1}{5}$ 的 $\frac{3}{4}$, 看看是这张纸的几分之几.

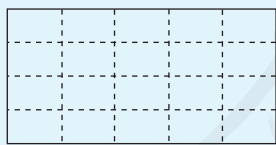


图 1.1-4

求 $\frac{1}{5}$ 的 $\frac{3}{4}$ 是多少, 算式是 $\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$.

$$\frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square} = \frac{\square}{\square}.$$

从上面的涂色实验和算式中, 你能发现分数乘分数的计算方法吗?



归纳

分数乘分数, 用分子相乘的积作分子, 分母相乘的积作分母.

例 2 计算：(1) $\frac{3}{7} \times \frac{4}{3}$ ； (2) $6 \times \frac{11}{12}$.

解：(1) $\frac{3}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \times 4}{7 \times \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{4}{7}$ ；

(2) $6 \times \frac{11}{12} = \frac{6}{1} \times \frac{11}{\underset{2}{\cancel{12}}} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}} \times 11}{1 \times \underset{2}{\cancel{12}}} = \frac{11}{2}$.

分数乘分数的计算法则也适用于分数与整数相乘.

为了计算简便，也可以不把相乘的两个数改写成分子、分母分别相乘的形式，直接进行约分后再分别相乘.

例如： $\frac{3}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{7} \times \frac{4}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{4}{7}$ ； $6 \times \frac{11}{12} = \overset{1}{\cancel{6}} \times \frac{11}{\underset{2}{\cancel{12}}} = \frac{11}{2}$.

练习

1. 计算：

(1) $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$ ； (2) $\frac{5}{6} \times 9$ ； (3) $\frac{3}{4} \times \frac{8}{9}$ ； (4) $10 \times \frac{5}{14}$.

2. 1 支粉笔长 $\frac{3}{4}$ dm.



2 支长多少分米？



$\frac{1}{2}$ 支长多少分米？



$\frac{2}{3}$ 支长多少分米？

3. 蜂鸟是目前所发现的世界上最小的鸟，每分钟它可飞行 $\frac{3}{10}$ km. $\frac{2}{3}$ 分钟它可飞行多少千米？5 分钟它可飞行多少千米？

1.1.3 混合运算及运算定律

分数混合运算的顺序与整数的运算顺序相同.

例 3 计算：(1) $\frac{7}{12} + \frac{3}{8} \times \frac{7}{9}$ ； (2) $12 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4} \right)$.

解: (1) $\frac{7}{12} + \frac{3}{8} \times \frac{7}{9}$

$$= \frac{7}{12} + \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{8} \times \frac{7}{\underset{3}{\cancel{9}}}$$

$$= \frac{7}{12} + \frac{7}{24}$$

$$= \frac{7}{8}.$$

(2) $12 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4} \right)$

$$= 12 \times \left(\frac{4}{12} + \frac{9}{12} \right)$$

$$= \overset{1}{\cancel{12}} \times \frac{13}{\underset{1}{\cancel{12}}}$$

$$= 13.$$



思考

观察每组的两个算式,看看它们有什么关系.

(1) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{7}, \frac{1}{7} \times \frac{5}{6};$

(2) $\left(\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} \right) \times \frac{3}{8}, \frac{1}{4} \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{8} \right);$

(3) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \times \frac{2}{5}, \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}.$

比较上面每组算式中的得数,你发现了什么规律?



归纳

整数乘法的交换律、结合律和分配律,对于分数乘法同样适用.

应用乘法运算定律,可以使一些计算更简便.

例4 计算: (1) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 5;$ (2) $\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{4} \right) \times 4.$

解: (1) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 5$

$$= \frac{3}{5} \times 5 \times \frac{1}{7}$$

$$= \frac{3}{7}.$$

为了计算简便,
可以直接约分
后再计算。

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 5$$

$$= \frac{3}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{1}{7} \times \overset{1}{\cancel{5}}$$

$$= \frac{3}{7}.$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{4}\right) \times 4 \\
 &= \frac{1}{10} \times 4 + \frac{1}{4} \times 4 \\
 &= \underline{\hspace{2cm}} \\
 &= \underline{\hspace{2cm}}.
 \end{aligned}$$

应用了什么运算定律?

练习

1. 计算:

$$(1) \frac{2}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}; \quad (2) 14 \times \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right); \quad (3) 6 \times \frac{5}{9} + \frac{1}{6}.$$

2. 用简便方法计算下面各题.

$$(1) \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times 3; \quad (2) \left(\frac{8}{9} + \frac{4}{27}\right) \times 27; \quad (3) \frac{3}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{6}.$$

习题 1.1

复习巩固

1. 填空:

$$(1) \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}; \quad (2) \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8} = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}.$$

2. (1) 5 个 $\frac{7}{10}$ 的和是多少?

(2) $\frac{1}{6}$ 的 10 倍是多少?

3. 计算:

$$\begin{array}{|c|} \hline \frac{1}{3} \\ \hline \frac{8}{9} \\ \hline \frac{2}{13} \\ \hline \end{array} \times 3 = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \frac{3}{5} \\ \hline \frac{1}{6} \\ \hline \frac{11}{15} \\ \hline \end{array} \times 5 = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

4. 每千克衣物用 $\frac{1}{2}$ 勺洗衣粉. 洗衣机里有 5 kg 衣物, 一共需要放几勺洗衣粉?

5. 大约从一万年开始, 青藏高原平均每年上升 $\frac{7}{100}$ m. 按照这个速度, 50 年它能上升多少米? 100 年呢?

6. (1) $\frac{4}{9}$ kg 的 $\frac{1}{2}$ 是多少千克? (2) $\frac{7}{12}$ 小时的 $\frac{4}{7}$ 是多少小时?

7. 计算:

(1) $\frac{2}{9} \times \frac{3}{5}$; (2) $\frac{6}{7} \times \frac{7}{9}$; (3) $\frac{6}{5} \times \frac{5}{3}$; (4) $\frac{9}{20} \times \frac{5}{21}$;

(5) $\frac{5}{8} \times \frac{4}{15}$; (6) $\frac{7}{25} \times \frac{15}{14}$; (7) $\frac{3}{11} \times \frac{1}{2}$; (8) $\frac{19}{50} \times \frac{10}{19}$.

8. 某种农药 $\frac{3}{2}$ kg 加水稀释后可喷洒 1 公顷菜地. 喷洒 $\frac{1}{5}$ 公顷菜地需要多少千克这种农药?

9. 计算:

(1) $\left(\frac{3}{4} - \frac{7}{10}\right) \times 5$; (2) $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{5}$; (3) $6 \times \frac{5}{8} - \frac{1}{2}$;

(4) $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$; (5) $150 - 144 \times \frac{5}{6}$; (6) $\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{4}\right) \times 28$.

10. 填空:

(1) $\frac{8}{7} \times 25 \times \frac{7}{8} = 25 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$;

(2) $\left(14 + \frac{7}{2}\right) \times \frac{1}{14} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} + \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$;

(3) $\frac{1}{12} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{12} \times \frac{1}{3} = \underline{\quad} \times (\underline{\quad} + \underline{\quad}) = \underline{\quad}$.

11. 用简便方法计算下面各题.

(1) $\frac{5}{7} \times 16 \times \frac{21}{5}$; (2) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{15} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$; (3) $\frac{2}{9} - \frac{7}{16} \times \frac{2}{9}$.

12. 一段钢材长 4 m. 做一个零件用钢材 $\frac{3}{20}$ m, 已经用这段钢材做了 15 个这样的零件, 还剩多少米钢材?

13. 剪一朵花要用 $\frac{1}{4}$ 张纸. 小明剪了 9 朵花, 小红剪了 11 朵花. 他们一共用了多少张纸?

14. 每头奶牛平均日产牛奶 $\frac{1}{50}$ t, 42 头奶牛 100 天可产奶多少吨?

综合运用

15. 在 $\bigcirc$ 里填上 “ $>$ ” “ $<$ ” 或 “ $=$ ”.

(1) $\frac{2}{7} \times 2 \bigcirc \frac{2}{7}$; (2) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} \bigcirc 1$; (3) $\frac{8}{9} \times \frac{3}{4} \bigcirc \frac{3}{4}$.

16. 下面的计算正确吗? 把错误的改正过来.

$$(1) 4 \times \frac{4}{7} = \overset{1}{\cancel{4}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{7} = \frac{1}{7};$$

$$(2) \frac{7}{10} \times \frac{6}{5} = \frac{7}{\underset{5}{\cancel{10}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{5} = \frac{10}{10} = 1.$$

17. 下面哪两个数的积在 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{5}{8}$ 之间?

$$(1) \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}; \quad (2) \frac{3}{5} \times \frac{5}{6}; \quad (3) 7 \times \frac{3}{14}; \quad (4) \frac{1}{12} \times 9.$$

18. 计算下面各题, 能用简便方法的就用简便方法.

$$(1) \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} + 1; \quad (2) \frac{7}{13} \times 6 + \frac{6}{13} \times 6; \quad (3) \frac{1}{6} \times \left(4 - \frac{2}{3}\right);$$

$$(4) \frac{4}{9} \times 5 \times 18; \quad (5) \frac{7}{8} \times 7 + \frac{3}{8}; \quad (6) \frac{5}{7} - \frac{3}{4} \times \frac{5}{7}.$$

19. 一种大豆每千克含油 $\frac{4}{25}$ kg, 100 kg 大豆含油多少千克? 1 t 大豆呢?

20. 胜利路长 1 km, 延安路的长度是胜利路的 $\frac{5}{4}$ 倍. 延安路比胜利路长多少千米?

21. 一个垃圾处理场平均每天收到 70 车生活垃圾, 平均每车垃圾中可回收利用的垃圾是 $\frac{1}{3}$ t. 15 天收到多少吨可回收利用的垃圾?

22. 一个长方形桌面的面积是 1 m^2 . 一个正方形桌面的边长是 $\frac{9}{10}$ m. 长方形桌面的面积比正方形桌面的面积多多少平方米?

拓广探索

23. 下面的 $\square$ 里可以填的最大整数是多少?

$$(1) \frac{5}{12} \times \frac{3}{4} < \frac{5}{\square}; \quad (2) \frac{\square}{6} \times \frac{4}{5} < \frac{5}{6}; \quad (3) \frac{5}{7} \times \frac{\square}{4} < 1.$$

24. 有两筐苹果, 第一筐重 30 kg, 如果从第一筐中取出 $\frac{1}{2}$ kg 放入第二筐, 则两筐苹果同样重. 两筐苹果一共重多少千克? (用不同方法解答.)

25. 两列火车同时从甲、乙两地对开. A 车每小时行 62 km, B 车每小时行 70 km, 经过 $\frac{2}{3}$ 小时两车相遇. 甲、乙两地间的铁路长多少千米?



分 式

你还记得分数与除法之间的关系吗？请你用分数的形式表示出下面各题的结果.

(1) 长方形的面积是 12 cm^2 ，长是 $a \text{ cm}$. 宽是多少？

(2) 甲、乙两地相距 200 km ，一辆小汽车从甲地到乙地用了 t 小时. 这辆小汽车的平均速度是多少？

答案分别是 $\frac{12}{a} \text{ cm}$ 、 $\frac{200}{t} \text{ 千米/时}$.

$\frac{12}{a}$ ， $\frac{200}{t}$ 这两个式子的分母中都含有字母，它们都是分式.

分式的基本性质和计算方法与分数很相似，联系学过的分数知识，思考并回答下面的问题：

(1) 如果将 $\frac{12}{a}$ 的分子与分母同时乘上一个不为 0 的数，该分式的大小有变化吗？

(2) 计算： $\frac{12}{a} + \frac{6}{a}$ ， $\frac{12}{a} - \frac{6}{a}$ ， $\frac{12}{a} \times \frac{a}{6}$ ， $\frac{12}{a} \times \frac{6}{a}$.

在解答上面的问题时，你可以应用类比的方法，把分数的一些性质和方法推广到分式. 在今后的学习中，你会学到更多有关分式的知识.

人教版®

1.2 倒数的认识



思考

先计算，再观察，看看有什么规律.

$$\frac{3}{8} \times \frac{8}{3}$$

$$\frac{7}{15} \times \frac{15}{7}$$

$$5 \times \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{12} \times 12$$

每个算式中两个数的乘积都是 1.

我们称乘积是 1 的两个数互为**倒数**.

$\frac{3}{8}$ 和 $\frac{8}{3}$ 互为倒数，就是指： $\frac{3}{8}$ 的倒数是

$\frac{8}{3}$ ， $\frac{8}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{8}$.

什么样的两个
数互为倒数？

例 1 写出 $\frac{3}{5}$ 、6 的倒数.

解： $\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{分子、分母调换位置}} \frac{5}{3}$

$6 = \frac{6}{1} \xrightarrow{\text{分子、分母调换位置}} \frac{1}{6}$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1, 6 \times \frac{1}{6} = 1.$$

所以， $\frac{3}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{3}$ ，6 的倒数是 $\frac{1}{6}$.

1 的倒数是多
少？0 有倒数吗？



归纳

求一个数（0 除外）的倒数，只要把这个数的分子、分母调换位置.

练习

写出下面各数的倒数.

$$\frac{4}{11}, \frac{16}{9}, 35, \frac{7}{8}, \frac{1}{10}.$$

1.3 分数乘法的应用

下面，我们运用分数乘法来解决一些实际问题.

例 1 据统计，2016 年世界人均耕地面积为 $1\,920\text{ m}^2$ ，我国人均耕地面积仅占世界人均耕地面积的 $\frac{9}{20}$. 我国人均耕地面积约为多少平方米？（得数保留整十数.）

分析：根据题意，可以画出线段图（图 1.3-1）.

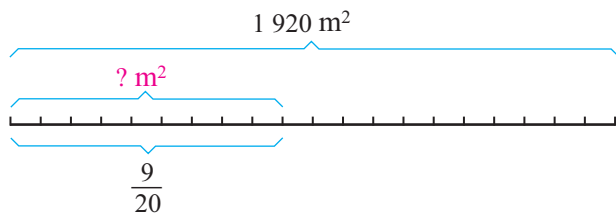


图 1.3-1

求我国人均耕地面积，就是求 $1\,920\text{ m}^2$ 的 $\frac{9}{20}$ 是多少.

解： $1\,920 \times \frac{9}{20} = 1\,920 \times \frac{9}{20} = 864 \approx 860\text{ (m}^2\text{)}.$

答：我国人均耕地面积约为 860 m^2 .

我国人多地少的矛盾日益突出，应控制人口增长，并保护好耕地.

例 2 海象的平均寿命大约是 40 年，海狮的平均寿命是海象的 $\frac{3}{4}$ ，海豹的平均寿命是海狮的 $\frac{2}{3}$. 海豹的平均寿命大约是多少年？

分析：根据题意，可以画出线段图（图 1.3-2）.

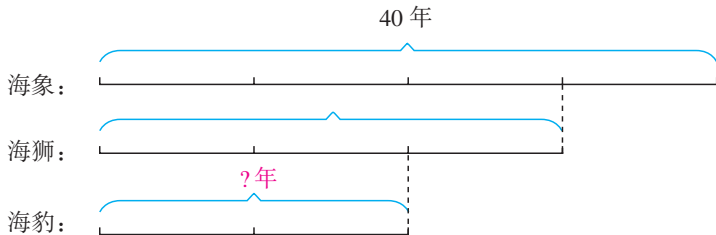


图 1.3-2

解：第一步，根据海狮的平均寿命是海象的 $\frac{3}{4}$ ，先求出海狮的平均寿命。

$$40 \times \frac{3}{4} = \overset{10}{\cancel{40}} \times \overset{3}{\cancel{4}}_1 = 30 \text{ (年)}.$$

第二步，根据海豹的平均寿命是海狮的 $\frac{2}{3}$ ，求出海豹的平均寿命。

$$30 \times \frac{2}{3} = \overset{10}{\cancel{30}} \times \overset{2}{\cancel{3}}_1 = 20 \text{ (年)}.$$

上面的分步算式还可以列成综合算式。

$$40 \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \overset{10}{\cancel{40}} \times \overset{1}{\cancel{3}}_1 \times \overset{2}{\cancel{4}}_1 = 20 \text{ (年)}.$$

答：海豹的平均寿命大约是20年。

练习

1. 一头鲸长 28 m，一个人的身高是鲸体长的 $\frac{2}{35}$ 。这个人身高多少米？
2. 人体血液在动脉中的流动速度是 50 厘米/秒，在静脉中的流动速度是动脉中的 $\frac{2}{5}$ ，在毛细血管中的速度只有在静脉中的 $\frac{1}{40}$ 。血液在毛细血管中每秒流动多少厘米？

例 3 马路上的噪音是80 分贝，绿化带可将噪音降低 $\frac{1}{8}$ 。隔着绿化带的行人听到的声音是多少分贝？

解法 1：先求出噪音降低了多少分贝，再求出行人听到的声音是多少分贝（图 1.3-3）。

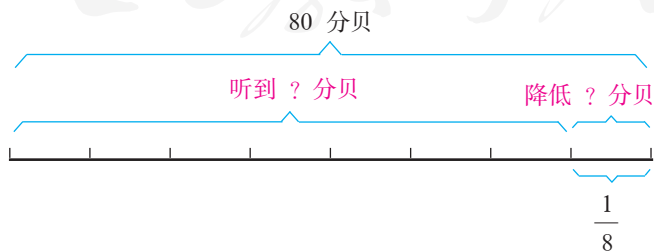


图 1.3-3

$$\begin{aligned}
 & 80 - 80 \times \frac{1}{8} \\
 &= 80 - \overset{10}{\cancel{80}} \times \frac{\cancel{1}}{\underset{1}{8}} \\
 &= 70 \text{ (分贝)}.
 \end{aligned}$$

“分贝”是计量声音强度的单位。

答：隔着绿化带的行人听到的声音是70 分贝。

解法 2：先求出行人听到的声音占80 分贝的几分之几，再求出行人听到的声音是多少分贝（图 1.3-4）。

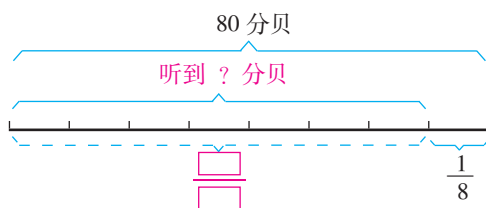


图 1.3-4

$$\begin{aligned}
 & 80 \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) \\
 &= \overset{10}{\cancel{80}} \times \frac{\cancel{1}}{\underset{1}{8}} \\
 &= 70 \text{ (分贝)}.
 \end{aligned}$$

这两种解法有什么区别？

答：隔着绿化带的行人听到的声音是70 分贝。

例 4 人的心脏每分钟跳动的次数随年龄而变化。青少年每分钟心跳约 75 次，婴儿每分钟心跳的次数比青少年多 $\frac{4}{5}$ 。婴儿每分钟心跳多少次？

分析：“婴儿每分钟心跳的次数比青少年多 $\frac{4}{5}$ ”就是指婴儿每分钟比青少年多跳的次数是青少年心跳次数的 $\frac{4}{5}$ （图 1.3-5）。

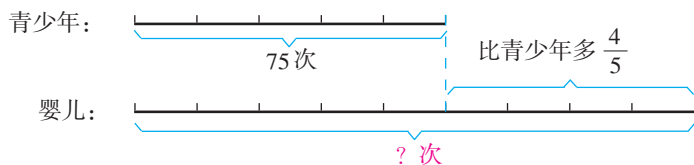


图 1.3-5

解：先求出婴儿每分钟比青少年多跳的次数，再求出婴儿每分钟心跳的次数。

$$\begin{aligned} & 75 + 75 \times \frac{4}{5} \\ &= 75 + \overset{15}{\cancel{75}} \times \frac{\cancel{4}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \\ &= 135 \text{ (次)}. \end{aligned}$$

还有其他的解法吗？

答：婴儿每分钟心跳135次。

练习

1. 为举行校庆，六（2）班要做180面小旗。已经做了 $\frac{5}{6}$ ，还有多少面没做？
2. 1999年世界人口达60亿，到2011年增加了约 $\frac{1}{6}$ 。2011年世界人口达到了多少亿？

习题 1.2

复习巩固

1. 写出下面各数的倒数。

$$\frac{5}{6}, 7, \frac{9}{4}, \frac{5}{8}, 102, \frac{1}{3}.$$

2. 下面的说法正确吗？为什么？

(1) $\frac{7}{12}$ 与 $\frac{12}{7}$ 的乘积为1，所以 $\frac{7}{12}$ 和 $\frac{12}{7}$ 互为倒数。

(2) $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = 1$ ，所以 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{4}{3}$ ， $\frac{3}{2}$ 互为倒数。

(3) 0的倒数还是0。

(4) 一个数的倒数一定比这个数小。

3. 全世界有桦树约40种，我国桦树的种类占其中的 $\frac{11}{20}$ 。我国有多少种桦树？

4. 成昆铁路全长1100 km，桥梁和隧道约占全长的 $\frac{2}{5}$ 。桥梁和隧道约长多少千米？

5. 牛郎星运行速度是26千米/秒，织女星运行速度是牛郎星的 $\frac{7}{13}$ 。织女星每秒运行多少千米？

6. 六(1)班有36人, $\frac{1}{3}$ 的同学长大后想成为教师, 想成为科学家的人数是想成为教师人数的 $\frac{5}{6}$. 有多少名同学想成为科学家?

7. 鹅的孵化期是30天, 鸭的孵化期是鹅的 $\frac{14}{15}$, 鸡的孵化期是鸭的 $\frac{3}{4}$. 鸡的孵化期是多少天?

8. 口算:

(1) $\frac{3}{4} \times 12$; (2) $\frac{5}{7} + \frac{2}{7}$; (3) $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$; (4) $60 \times \frac{1}{12}$;
(5) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$; (6) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{4}$; (7) $\frac{2}{9} \times \frac{6}{5}$; (8) $\frac{5}{6} \times 0 \times 6$.

9. 生物小组采集标本152件, 其中 $\frac{5}{8}$ 是植物标本, 其余的是昆虫标本. 昆虫标本有多少件?

10. 严重的水土流失致使每年大约有16亿吨的泥沙流入黄河. 其中 $\frac{1}{4}$ 的泥沙沉积在河道中, 其余被带到入海口. 每年有多少亿吨泥沙被带到入海口?

11. 一种服装原价105元, 现在降价 $\frac{2}{7}$. 现在的售价是多少元?

12. 五年级师生向希望小学捐书150本, 六年级师生比五年级多捐了 $\frac{2}{15}$. 六年级师生共捐书多少本?

13. 昆虫飞行时需要振动翅膀. 蜜蜂每秒能振动翅膀236次, 蝗虫每秒振动翅膀的次数比蜜蜂少 $\frac{109}{118}$. 蝗虫每秒能振动翅膀多少次?

14. 明光小学上个月共用电600千瓦时, 这个月比上个月节约了 $\frac{1}{12}$. 这个月用电多少千瓦时?

“千瓦时”就是平时人们所说的“度”。

综合运用

15. 一块长方形地长24 m, 宽是长的 $\frac{5}{12}$. 这块地的面积是多少平方米?

16. 儿童的负重不能超过体重的 $\frac{3}{20}$. 如果长期背负过重的物体, 会导致腰痛及背痛, 严重的甚至会妨碍骨骼生长.

(1) 王明体重30 kg, 书包重5 kg. 他的书包超重吗? 为什么?

(2) 称一称你的体重, 算一算你负重不能超过多少千克.

17. 球从高处自由下落, 每次接触地面后弹起的高度是前次下落高度的 $\frac{2}{5}$. 如果球从 35 m 高处落下, 那么第二次弹起的高度是多少米? 第三次呢?
18. 小红读一本 80 页的故事书. 第一天读了全书的 $\frac{1}{5}$, 第二天读了全书的 $\frac{1}{4}$, 还剩多少页没读?

拓广探索

19. 某汽车厂去年计划生产汽车 12 600 辆. 结果上半年完成全年计划的 $\frac{5}{9}$, 下半年完成全年计划的 $\frac{3}{5}$. 全年超产汽车多少辆?
20. 有两根同样长的钢管, 第一根用去 $\frac{3}{10}$ m, 第二根用去 $\frac{3}{10}$. 哪一根剩下的部分长一些?
21. 用 5 个 3 分别组成 4 个算式, 要使算式中至少有一个分数, 得数分别等于 0, 1, 2, 3.

人教版®



数学活动

活动1

计算下面三组算式，你发现了什么规律？

$$(1) \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \times \frac{1}{3};$$

$$(2) \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \frac{1}{4} \times \frac{1}{5};$$

$$(3) \frac{1}{6} - \frac{1}{7}, \frac{1}{6} \times \frac{1}{7}.$$

你能写出几组像上面这样的算式吗？

活动2

计算：

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} =$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} =$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} =$$

通过上面的计算，你发现了什么规律？

用你发现的规律直接写出下面两个算式的结果，再检验一下是否正确。

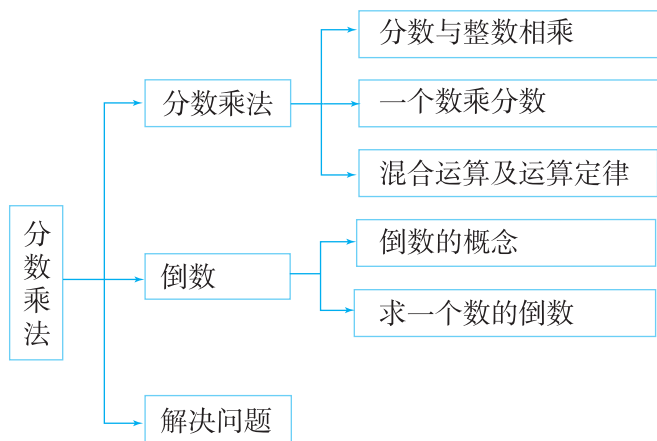
$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} =$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} =$$

你能再写出几个这样的算式吗？

小 结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

本章中，我们了解了分数乘法的意义，掌握了分数乘法的计算方法，认识了倒数，并应用分数乘法的知识解决了一些实际问题。

一个数乘分数，可以看做是求这个数的几分之几是多少；计算分数乘法时，用分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母；利用分数乘法解决实际问题，应先明确条件和问题，再根据数量关系选择合适的算法，从而把实际问题转化为数学问题，然后通过计算获得数学结论，最后用数学结论去解释实际问题。

请你带着下面的问题，复习一下全章的内容吧。

1. 举例说明分数乘法的意义。
2. 说一说分数乘法的计算方法。
3. 整数乘法的运算定律适用于分数乘法吗？
4. 什么是倒数？怎样求一个数的倒数？举出 3 组互为倒数的例子。
5. 举出几个运用分数乘法解决实际问题的例子。

复习题 1

复习巩固

1. 计算:

$$(1) \frac{3}{5} \times 20; \quad (2) \frac{4}{7} + \frac{1}{3}; \quad (3) 18 \times \frac{2}{9}; \quad (4) \frac{4}{5} \times \frac{1}{8};$$

$$(5) \frac{3}{4} - \frac{1}{6}; \quad (6) \frac{11}{15} \times \frac{5}{8}; \quad (7) \frac{7}{10} \times \frac{5}{14}; \quad (8) 0 \times \frac{6}{13}.$$

2. 无脊椎动物中游得最快的是乌贼, 它的速度是 $\frac{9}{10}$ 千米/分. 30 分钟它能游多少千米? 1 小时呢?

3. 每公顷柳杉林每年可吸收 $\frac{18}{25}$ t 二氧化硫. $\frac{5}{6}$ 公顷柳杉林每年可吸收多少吨二氧化硫?

4. 用简便方法计算下面各题.

$$(1) \frac{5}{18} \times \frac{1}{4} \times \frac{9}{20}; \quad (2) \left(\frac{11}{12} - \frac{2}{9} \right) \times 36; \quad (3) \frac{4}{7} \times \frac{5}{9} + \frac{3}{7} \times \frac{5}{9}.$$

5. 有一批糖果. 每袋装 $\frac{1}{2}$ kg, 每箱装 25 袋, 正好装了 4 箱. 这批糖果一共有多少千克?

6. 写出下面各数的倒数.

$$\frac{1}{9}, \frac{51}{62}, \frac{8}{3}, 5, \frac{12}{23}, 1.$$

7. 骆驼驼峰中贮藏的脂肪相当于体重的 $\frac{1}{5}$. 一头骆驼重 225 kg, 它的驼峰里贮藏多少千克脂肪?

8. 校园里有 20 棵杨树, 柳树棵数是杨树的 $\frac{9}{10}$, 槐树棵数是柳树的 $\frac{2}{3}$. 槐树有多少棵?

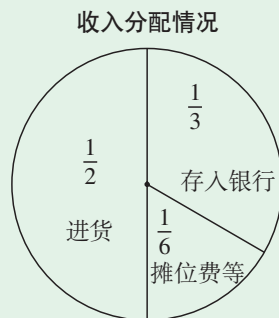
9. 国家一级保护动物野生丹顶鹤, 2001 年全世界约有 2 000 只, 我国占其中的 $\frac{1}{4}$. 其他国家约有多少只?

10. 磁悬浮列车运行速度可达到 430 千米/时, 普通列车比它慢 $\frac{36}{43}$. 普通列车的速度是多少?

综合运用

11. 王阿姨在庙会上卖灯笼. 第一天收入 780 元, 在扣除这一天的成本 (进货和租摊位等费用) 后, 王阿姨把利润 (剩余的钱) 存入了银行. 根据图示回答下面的问题:

- (1) 王阿姨第一天卖灯笼的成本是多少钱?
- (2) 第一天进货费用比租摊位等费用多多少钱?
- (3) 如果接下来每天都能有和第一天同样多的利润, 在 7 天庙会中, 王阿姨共能获得多少利润?



(第 11 题)

12. 周伯伯家的院子里有一块长方形地, 他用这块地的 $\frac{5}{8}$ 种蔬菜, 其余的种草莓. 蔬菜地的 $\frac{2}{3}$ 种小白菜, 其余种生菜.

- (1) 周伯伯种的小白菜和生菜分别占这块地的几分之几?
- (2) 这块地长 12 m, 宽是长的 $\frac{2}{3}$. 这块地的面积是多少?
- (3) 你能提出一个数学问题并解答吗?

拓广探索

13. 计算:

(1) $1\frac{5}{6} \times 18$; (2) $6\frac{1}{2} \times \frac{4}{7}$; (3) $\frac{9}{10} \times 3\frac{3}{4}$; (4) $1\frac{1}{3} \times 2\frac{2}{5}$.

14. 你会计算 $0.6 \times \frac{1}{4}$ 吗?

15. 已知 $a \times \frac{4}{3} = \frac{11}{12} \times b = c$, 并且 a, b, c 都不等于零. 把 a, b, c 这三个数按从大到小的顺序排列, 并说明排列理由.

第二章 分数除法

我们已经学习了分数乘法，怎样计算分数除法呢？如何运用分数除法解决实际问题呢？这是本章要学习的主要内容。

此外，我们还要学习一个新的知识——比。比在日常生活中有着广泛的应用，例如按照瓶子上标明的比配制一定浓度的消毒液等。本章我们除了认识比，还要探索比的基本性质，并运用比的知识解决一些简单的实际问题。



2.1 分数除法

2.1.1 分数除法的意义

先看下面的问题（图 2.1-1）：

- (1) 每盒水果糖重 100 g，3 盒有多重？

$$100 \times 3 = 300 \text{ (g)}.$$

- (2) 3 盒水果糖重 300 g，每盒有多重？

$$300 \div 3 = 100 \text{ (g)}.$$

- (3) 把 300 g 水果糖装盒，每盒装 100 g，可以装几盒？

$$300 \div 100 = 3 \text{ (盒)}.$$

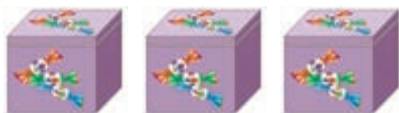


图 2.1-1



思考

如果把 100 g 看成 $\frac{1}{10}$ kg，300 g 看成 $\frac{3}{10}$ kg，上面的算式应该怎样表示呢？

上面的三个算式还可以表示成：

$$\frac{1}{10} \times 3 = \frac{3}{10} \text{ (kg)},$$

$$\frac{3}{10} \div 3 = \frac{1}{10} \text{ (kg)},$$

$$\frac{3}{10} \div \frac{1}{10} = 3 \text{ (盒)}.$$

通过上面两组算式的对比，你能发现分数除法的意义与整数除法的意义之间的关系吗？



归纳

分数除法的意义与整数除法的意义相同，都是已知两个因数的积和其中一个因数，求另一个因数的运算。

练习

根据乘法算式直接写出除法算式的得数.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{21} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{8}{21} \div \frac{4}{7} = \frac{\quad}{\quad}; \\ \frac{8}{21} \div \frac{2}{3} = \frac{\quad}{\quad}. \end{array} \right.$$

2.1.2 分数除以整数

我们已经会进行分数乘法的计算, 怎样计算分数除法呢?



探究

把一张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份, 每份是这张纸的几分之几? 自己动手折一折、涂一涂, 再算一算.

把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份, 求每份是多少, 算式是 $\frac{4}{5} \div 2$.

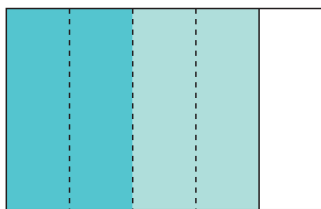


图 2.1-2

把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份, 就是把 4 个 $\frac{1}{5}$ 平均分成 2 份, 每份就是 2 个 $\frac{1}{5}$, 就是 $\frac{2}{5}$ (图 2.1-2).

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4 \div 2}{5} = \frac{2}{5}.$$

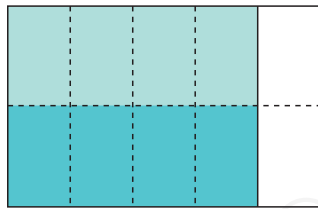


图 2.1-3

还可以这样想: 把 $\frac{4}{5}$ 平均分成 2 份, 每份就是 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{1}{2}$, 也就是 $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$ (图 2.1-3).

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$



思考

如果把这张纸的 $\frac{4}{5}$ 平均分成3份(图 2.1-4), 每份是这张纸的几分之几?



图 2.1-4

$$\frac{4}{5} \div 3 = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}.$$

从上面的探究可以看出: 分数除以整数时, 可以用分数的分子除以整数, 但不是总能得到整数的商, 所以通常把分数除以整数转化为分数乘这个整数的倒数.



归纳

分数除以整数 (0 除外), 等于分数乘这个整数的倒数.

例 1 计算:

$$(1) \frac{9}{10} \div 3;$$

$$(2) \frac{3}{8} \div 2.$$

解: (1) $\frac{9}{10} \div 3 = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{10} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{3}{10};$

$$(2) \frac{3}{8} \div 2 = \frac{3}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}.$$

例 2 把 $\frac{6}{7}$ m 铁丝平均分成4段, 每段长多少?

解: $\frac{6}{7} \div 4 = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{7} \times \frac{1}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{3}{14}(\text{m}).$

答: 每段长 $\frac{3}{14}$ m.

练习

1. 计算:

$$(1) \frac{8}{9} \div 4;$$

$$(2) \frac{6}{13} \div 4;$$

$$(3) \frac{3}{4} \div 6;$$

$$(4) \frac{15}{28} \div 6.$$

2. 小东家的鸡一天生了 8 个鸡蛋, 一共重 $\frac{2}{5}$ kg, 平均每个鸡蛋重多少千克?

3. 一个正方形的周长是 $\frac{7}{10}$ m, 它的边长是多少?

2.1.3 一个数除以分数

问题: 小明 $\frac{2}{3}$ 小时走了 2 km, 小红 $\frac{5}{12}$ 小时走了 $\frac{5}{6}$ km. 谁走得快些?

分析: 要比较谁走得快, 就要先计算小明、小红平均每小时各走多少千米.

解: 小明平均每小时走的千米数: $2 \div \frac{2}{3}$.

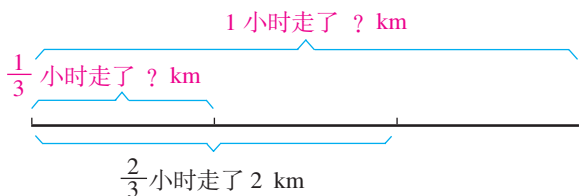


图 2.1-5

怎么计算呢? 画个图试试吧 (图 2.1-5).

第一步, 求 $\frac{1}{3}$ 小时走了多少千米.

因为 2 个 $\frac{1}{3}$ 小时走了 2 km, 所以要求 1 个 $\frac{1}{3}$ 小时走了多少千米, 就要算 $2 \div 2$, 也就是 $2 \times \frac{1}{2}$.

第二步, 求 1 小时走了多少千米.

因为 1 小时是 3 个 $\frac{1}{3}$ 小时, 所以要求 1 小时走了多少千米, 就要算 $2 \times \frac{1}{2} \times 3$, 也就是 $2 \times \frac{3}{2}$.

根据上面的推导, 可以这样计算:

$$2 \div \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 = \cancel{2} \times \frac{3}{\cancel{2}} = 3(\text{km}).$$

小红平均每小时走：

$$\frac{5}{6} \div \frac{5}{12} = \frac{5}{6} \times \frac{12}{5} = 2(\text{km}).$$

答：小明走得快些。

为什么可以变成“ $\times \frac{12}{5}$ ”？



思考

通过上面的推导，你发现了什么？你会用自己的方式表示你的发现吗？



归纳

一个数除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数。

你能用字母表示分数除法的计算法则吗？

例 3 计算：

$$(1) 24 \div \frac{8}{9};$$

$$(2) \frac{7}{16} \div \frac{4}{5}.$$

解：(1) $24 \div \frac{8}{9} = 24 \times \frac{9}{8} = 27;$

$$(2) \frac{7}{16} \div \frac{4}{5} = \frac{7}{16} \times \frac{5}{4} = \frac{35}{64}.$$

例 4 一个数的 $\frac{5}{8}$ 是 $\frac{1}{12}$ ，这个数是多少？

解：设这个数是 x 。

$$\frac{5}{8}x = \frac{1}{12},$$

$$\frac{5}{8}x = \frac{1}{12},$$

$$\frac{5}{8}x \div \frac{5}{8} = \frac{1}{12} \div \frac{5}{8},$$

或

$$\frac{8}{5} \times \frac{5}{8}x = \frac{8}{5} \times \frac{1}{12},$$

$$x = \frac{1}{12} \times \frac{8}{5},$$

$$x = \frac{2}{15}.$$

$$x = \frac{2}{15}.$$

练习

1. 计算:

$$(1) 15 \div \frac{10}{13}; \quad (2) \frac{4}{5} \div \frac{3}{5}; \quad (3) \frac{3}{8} \div \frac{9}{16}; \quad (4) \frac{3}{10} \div \frac{14}{15}.$$

2. 张叔叔骑自行车上班, $\frac{3}{5}$ 小时行 9 km, 照这个速度, 1 小时行多远?

3. 一个数的 $\frac{6}{5}$ 是 $\frac{2}{15}$, 这个数是多少?

习题 2.1

复习巩固

1. 根据乘法算式写出两道除法算式.

$$(1) \frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} \quad \longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{\quad\quad} \div \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}, \\ \underline{\quad\quad} \div \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}; \end{array} \right.$$

$$(2) \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{35} \quad \longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{\quad\quad} \div \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}, \\ \underline{\quad\quad} \div \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}. \end{array} \right.$$

2. 先看清每组两题之间的关系, 再写出得数.

$$\begin{array}{llll} (1) \frac{1}{7} \times 5 = \underline{\quad}, & (2) \frac{5}{16} \times 2 = \underline{\quad}, & (3) \frac{1}{15} \times 7 = \underline{\quad}, & (4) \frac{2}{9} \times 4 = \underline{\quad}, \\ \frac{5}{7} \div 5 = \underline{\quad}; & \frac{5}{8} \div 2 = \underline{\quad}; & \frac{7}{15} \div \frac{1}{15} = \underline{\quad}; & \frac{8}{9} \div \frac{2}{9} = \underline{\quad}. \end{array}$$

3. 芳芳将 $\frac{4}{5}$ m 长的丝带剪成同样长的 8 段, 每段丝带多长?

4. 填空:

$$3 \div \begin{array}{|c|} \hline \frac{7}{10} \\ \hline \frac{1}{6} \\ \hline \frac{9}{8} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 2 \\ \hline 15 \\ \hline \end{array} \div \frac{5}{6} = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

5. 计算:

$$\begin{array}{llll} (1) \frac{1}{4} \div \frac{3}{5}; & (2) \frac{4}{5} \div \frac{8}{15}; & (3) \frac{1}{3} \div \frac{3}{4}; & (4) \frac{5}{14} \div \frac{10}{21}; \\ (5) \frac{2}{3} \div \frac{4}{17}; & (6) \frac{2}{7} \div \frac{16}{35}; & (7) \frac{8}{27} \div \frac{2}{9}; & (8) \frac{4}{15} \div \frac{28}{45}. \end{array}$$

综合运用

6. 解方程:

$$(1) 3x = \frac{1}{2}; \quad (2) \frac{4}{5}x = \frac{3}{10}.$$

7. 把 $\frac{3}{4}$ L 橙汁分装在容量是 $\frac{1}{4}$ L 的瓶子里, 可以装几瓶?

8. 如图, 某饮料厂使用一种自动检测仪来检测饮料瓶是否有缺陷, 检测一个瓶子所用的时间为 $\frac{1}{25}$ 秒.

1 分钟可以检测多少个瓶子?

9. 我们平时看到的电影画面实际上是由许多连续拍摄的照片以每张 $\frac{1}{24}$ 秒的速度连续播放的. 请你算一算: 半秒可以播放多少张照片? 1 分钟呢?



(第 8 题)

拓广探索

10. 不用计算, 你能判断下面哪些题的商大于被除数, 哪些题的商小于被除数吗?

$$\begin{array}{llll} (1) \frac{6}{7} \div 3; & (2) \frac{15}{8} \div 2; & (3) 9 \div \frac{3}{4}; & (4) 6 \div \frac{5}{4}; \\ (5) \frac{1}{2} \div \frac{2}{3}; & (6) \frac{14}{9} \div \frac{7}{30}; & (7) \frac{5}{7} \div \frac{5}{2}; & (8) \frac{4}{5} \div \frac{4}{5}. \end{array}$$

11. 在下面的 $\square$ 里填上适当的整数.

$$(1) \frac{\square}{11} \div 3 = \frac{7}{\square}; \quad (2) \frac{\square}{5} \times \frac{3}{\square} = \frac{6}{35}; \quad (3) \frac{5}{9} \div \frac{\square}{4} = \frac{\square}{27}.$$

12. 用汽车运一堆货物, 每天运这堆货物的 $\frac{1}{4}$, 几天可以运完? 每天运这堆货物的 $\frac{2}{7}$, 几天可以运完?

2.2 混合运算

分数四则混合运算的运算顺序与整数四则混合运算的运算顺序相同.

例 1 计算:

$$(1) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{3};$$

$$(2) \frac{1}{5} \div \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \times 0.6 \right].$$

解: (1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$
 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}$
 $=$ _____
 $=$ _____;

$$(2) \frac{1}{5} \div \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \times 0.6 \right]$$
$$= \frac{1}{5} \div \left[\left(\frac{10}{15} + \frac{3}{15} \right) \times \frac{3}{5} \right]$$
$$= \frac{1}{5} \div \left[\frac{13}{15} \times \frac{3}{5} \right]$$
$$=$$
 _____ $\div$ _____
 $=$ _____
 $=$ _____.

一个算式里既有小括号又有中括号,要先算小括号里面的.

练习

1. 计算:

$$(1) \frac{8}{13} \div 4 \times \frac{5}{6};$$

$$(2) \frac{5}{9} \times 1.2 \div \frac{5}{6};$$

$$(3) 30 - 1.6 \div \frac{4}{15};$$

$$(4) 18 \div 0.6 \div \frac{2}{3};$$

$$(5) \frac{7}{9} \div \frac{1}{3} \div \frac{14}{9};$$

$$(6) \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \right) \div \frac{6}{7}.$$

2. 计算:

$$(1) \left[4 - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{8} \right) \right] \times \frac{4}{29};$$

$$(2) \left[1 - \left(0.25 + \frac{3}{8} \right) \right] \div \frac{1}{4}.$$

3. 李爷爷每天绕操场跑 6 圈, 2 分钟可以跑半圈. 照这个速度, 李爷爷每天跑步要用多少时间?

在分数四则混合运算中，有时可以应用运算定律使计算更简便。

例 2 计算 $\frac{1}{7} + \frac{7}{8} \div \frac{7}{5} + \frac{3}{8}$ 。

解：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{7} + \frac{7}{8} \div \frac{7}{5} + \frac{3}{8} \\ &= \frac{1}{7} + \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{8} \times \frac{5}{\underset{1}{\cancel{7}}} + \frac{3}{8} \\ &= \frac{1}{7} + \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} \right) \\ &= \frac{1}{7} + 1 \\ &= \frac{8}{7}. \end{aligned}$$

应用了什么运算定律？

练习

计算：

(1) $\frac{1}{5} \div 3 + \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$;

(2) $\frac{1}{3} \div \frac{4}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$;

(3) $\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right) \times \frac{15}{2}$;

(4) $3 - 1.5 \times \frac{10}{21} - \frac{2}{7}$ 。

习题 2.2

复习巩固

1. 计算：

(1) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{7}$;

(2) $\frac{8}{9} \div \frac{4}{7} \div \frac{1}{3}$;

(3) $\frac{5}{14} \div \frac{4}{21} \times 0.64$;

(4) $2 - \frac{6}{13} \div \frac{9}{26} - \frac{2}{3}$;

(5) $\left(0.75 - \frac{3}{16} \right) \times \left(\frac{2}{9} + \frac{1}{3} \right)$ 。

2. 李叔叔 3 小时录入一篇论文的 $\frac{1}{3}$ 。照这样的速度，李叔叔工作 8 小时，可以录入这篇论文的几分之几？还剩几分之几没录入？

3. 现有 240 kg 水果糖, 每袋装 $\frac{1}{4}$ kg. 已经装了总量的 $\frac{3}{4}$, 装了多少袋?

4. 计算:

(1) $\frac{15}{22} \div 10$;

(2) $45 \div \frac{9}{14}$;

(3) $\frac{2}{7} \div \frac{8}{21}$;

(4) $\frac{2}{9} \times 0.375 \div \frac{6}{7}$;

(5) $4 \div \frac{8}{3} - 0.6$;

(6) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{6}$;

(7) $\frac{8}{13} \div 7 + \frac{1}{7} \times \frac{6}{13}$;

(8) $\frac{12}{5} \times \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4} \right) + \frac{4}{5}$;

(9) $\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5} \right) \right] \div \frac{7}{10}$.

综合运用

5. 解方程:

(1) $5x = \frac{15}{19}$;

(2) $\frac{8}{21}x = \frac{4}{15}$;

(3) $x \div \frac{4}{5} = \frac{15}{28}$;

(4) $\frac{2}{3}x \div \frac{1}{4} = 12$.

6. 一盏 60 瓦的灯 1 小时耗电 $\frac{3}{50}$ 千瓦时, 某个传达室除了一盏 60 瓦的灯外, 没有别的电器. 这个传达室上个月的用电量是 6 千瓦时, 这盏灯上个月共使用多少小时?

7. 某种手机的自动化生产线在手机机板上插入每个零件的时间为 $\frac{9}{100}$ 秒. 3 分钟可以插入多少个零件?

8. 一盒药共 12 片, 如果每天吃 3 次, 每次吃半片, 可以吃几天?

拓广探索

9. 在横线上填入适当的分数.

(1) $\frac{\quad}{\quad} \div \frac{4}{5} - \frac{3}{10} = \frac{2}{5}$;

(2) $1 \div \left(\frac{\quad}{\quad} - \frac{1}{5} \right) = 3$.

10. 找出下面每组数的排列规律, 在括号里填上适当的数.

(1) $\frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, (\quad), \frac{1}{20}, (\quad), (\quad)$;

(2) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{8}, \frac{27}{16}, (\quad), (\quad)$.

2.3 分数除法的应用

以前我们运用分数乘法解决了许多实际问题，运用分数除法同样能解决一些实际问题。我们来看下面的问题。

例 1 根据测定，儿童体内的水分约占体重的 $\frac{4}{5}$ 。小明体内有 28 kg 的水分，他的体重是爸爸的 $\frac{7}{15}$ 。

(1) 小明的体重是多少千克？

(2) 小明爸爸的体重是多少千克？

(1) **分析：**根据题意，可以画出线段图（图 2.3-1）。

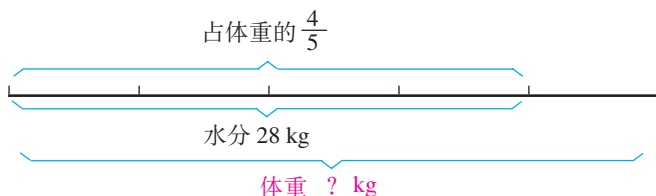


图 2.3-1

由“儿童体内的水分占体重的 $\frac{4}{5}$ ”，可以列出下面的关系式：

$$\text{小明的体重} \times \frac{4}{5} = \text{小明体内水分的质量.}$$

解：设小明的体重是 x kg.

$$\frac{4}{5}x = 28,$$

$$x = 28 \div \frac{4}{5},$$

$$x = 35.$$

答：小明的体重是 35 kg.

请你检验一下.

(2) **分析：**根据题意，可以画出线段图（图 2.3-2）.

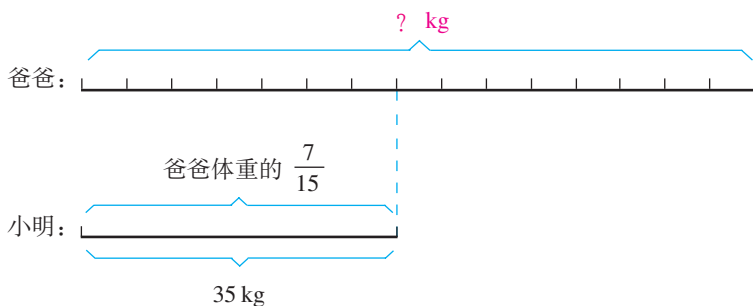


图 2.3-2

由“小明的体重是爸爸的 $\frac{7}{15}$ ”，可以列出下面的关系式：

$$\text{爸爸的体重} \times \frac{7}{15} = \text{小明的体重}.$$

解：设小明爸爸的体重是 x kg.

$$\frac{7}{15}x = 35,$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答：小明爸爸的体重是 $\underline{\hspace{2cm}}$ kg.

练习

- 学校图书馆有科普读物 320 本，占全部图书的 $\frac{2}{5}$ ，相当于故事书的 $\frac{4}{3}$.
 (1) 图书馆共有多少本书？
 (2) 图书馆有多少本故事书？
- 我国幅员辽阔，东西相距 5 200 km，东西相距是南北相距的 $\frac{52}{55}$. 南北相距多少千米？
- 某电视机厂去年上半年生产电视机 48 万台，是下半年产量的 $\frac{4}{5}$. 这个电视机厂去年全年的产量是多少万台？

例 2 美术小组有 25 人，人数比航模小组多 $\frac{1}{4}$ 。航模小组有多少人？

分析：可以画出线段图（图 2.3-3）。

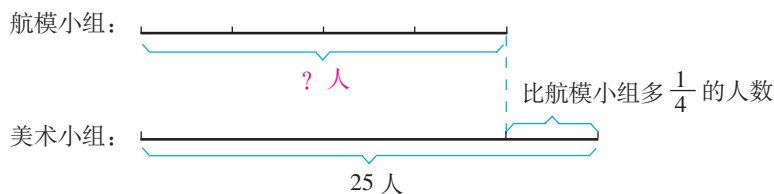


图 2.3-3

根据线段图可以找出等量关系：

航模小组人数 + 美术小组比航模小组多的人数 = 美术小组人数。

解：设航模小组有 x 人。

$$x + \frac{1}{4}x = 25,$$

$$\left(1 + \frac{1}{4}\right)x = 25,$$

$$x = 25 \div \frac{5}{4},$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

答：航模小组有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人。

对于上面的问题，你还能列出不同的方程吗？如果能，你依据的是什么等量关系？

习题 2.3

复习巩固

1. 小红周末读一本课外读物，读了 35 页，正好是这本书的 $\frac{5}{7}$ 。这本课外读物一共有多少页？
2. 一杯 250 mL 的鲜牛奶大约含有 $\frac{3}{10}$ g 的钙质，占一个成年人一天所需钙质的 $\frac{3}{8}$ 。一个成年人一天大约需要多少克钙质？
3. 人造地球卫星的速度是 8 千米/秒，相当于宇宙飞船速度的 $\frac{40}{57}$ 。宇宙飞船的速度是多少？

4. 在通常情况下, 体积相等的冰的质量比水的质量少 $\frac{1}{10}$. 现有一块重 9 kg 的冰, 如果有一桶水的体积和这块冰的体积相等, 这桶水有多重?

5. 计算:

$$(1) \frac{15}{16} \div 5; \quad (2) \frac{12}{25} \div 8; \quad (3) 8 \div \frac{4}{5}; \quad (4) 16 \div \frac{2}{17};$$

$$(5) \frac{21}{40} \div \frac{7}{8}; \quad (6) \frac{18}{35} \div 0.6 \times \frac{2}{3}; \quad (7) \frac{4}{9} \times \frac{15}{16} \div \frac{5}{6};$$

$$(8) \frac{7}{24} \div \frac{6}{49}; \quad (9) (2 - 0.6) \div \frac{7}{15}; \quad (10) \frac{35}{64} \div \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{4} \right);$$

$$(11) \left(1 - \frac{1}{4} \div \frac{3}{8} \right) \div \frac{7}{9}; \quad (12) \left[\frac{3}{4} - 0 \div \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{13} \right) \right] \times \frac{2}{3}.$$

6. 小华家每月开支要占爸爸妈妈工资总数的 $\frac{3}{5}$. 爸爸每月工资是 2 000 元, 妈妈每月工资是 1 500 元. 小华家每月开支是多少元?

综合运用

7. 学校举行科技作品大奖赛, 共收到科技作品 120 件.

(1) 填表:

	占获奖作品总数的几分之几	获奖作品件数
一等奖	$\frac{1}{6}$	
二等奖	$\frac{1}{3}$	
三等奖	$\frac{1}{2}$	24

(2) 获奖作品占收到的作品总数的几分之几?

8. 解方程:

$$(1) \frac{3}{5}x = \frac{25}{72}; \quad (2) \frac{8}{9}x = \frac{1}{6} \times \frac{16}{51}; \quad (3) x \div \frac{6}{35} = \frac{26}{45} \div \frac{13}{25}.$$

9. 有一批大米要运往灾区, 4 车运走大米总量的 $\frac{2}{5}$. 平均每车运走这批大米的几分之几? 剩下的大米还要运几车才能运完?

10. 有一组互相咬合的齿轮.

(1) 小齿轮有 28 个齿, 是大齿轮齿数的 $\frac{1}{5}$. 大齿轮有多少个齿?

(2) 大齿轮每分钟转 80 周, 比小齿轮每分钟转的周数少 $\frac{4}{5}$. 小齿轮每分钟转多少周?



(第 10 题)

11. 我国 2018 年进口钢材约 6 900 万吨, 约占 2017 年钢材进口量的 $\frac{23}{25}$. 2017 年我国大约进口钢材多少万吨?
12. 2020 年第七次全国人口普查结果表明, 我国人口最多的两个省是广东省和山东省, 山东省约有 10 200 万人, 比广东省少 $\frac{4}{21}$. 广东省大约有多少万人?

拓广探索

13. 六 (1) 班学生人数是本年级学生人数的 $\frac{1}{3}$, 六年级学生人数是全校的 $\frac{1}{6}$. 六 (1) 班的学生人数是全校的几分之几? 如果六 (1) 班有学生 48 人, 全校有学生多少人?

人教版®

2.4 比

2.4.1 比的意义

2003年10月15日，我国第一艘载人飞船神舟五号顺利升空。在太空中，执行此次任务的航天员杨利伟在飞船里向人们展示了联合国旗和中华人民共和国国旗（图2.4-1）。



图 2.4-1

问题 1 在图 2.4-1 中，杨利伟展示的两面旗都是长 15 cm，宽 10 cm。怎样用算式表示它们的长与宽的关系？

可以用“ $15 \div 10$ ”表示长是宽的多少倍，也可以用“ $10 \div 15$ ”表示宽是长的几分之几。

有时我们也把这两个数量之间的关系说成：

长与宽的比是 15 比 10，宽与长的比是 10 比 15。

问题 2 神舟五号进入运行轨道后，在距地 350 km 的高空作圆周运动，平均 90 分钟绕地球一周，大约运行 42 252 km。怎样用算式表示神舟五号进入轨道后平均每分钟飞行多少千米？

这里实际上是问神舟五号的速度如何表示。速度可以用“路程 $\div$ 时间”表示，所以神舟五号平均每分钟飞行“ $42\,252 \div 90$ ”km。也可以用比来表示路程与时间的关系：

路程与时间的比是 42 252 比 90。

两个数相除又叫做两个数的**比** (ratio).

15 比 10	记作	15 : 10,
10 比 15	记作	10 : 15,
42 252 比 90	记作	42 252 : 90.

“:” 是比号.

在两个数的比中, 比号前面的数叫做比的**前项**, 比号后面的数叫做比的**后项**. 比的前项除以后项所得的商, 叫做**比值**. 例如:

15	:	10	=	15 ÷ 10	=	$\frac{3}{2}$.
⋮	⋮	⋮				⋮
前项		比号		后项		比值

比值通常用分数表示, 也可以用小数或整数表示.

根据分数与除法的关系, 两个数的比也可以写成分数形式. 例如: 15 : 10 也可以写成 $\frac{15}{10}$, 仍读作“15 比 10”.



思考

比的前项、后项和比值分别相当于除法算式和分数中的什么? 比的后项可以是 0 吗?

练习

1. 小敏和小亮在文具店买同样的练习本. 小敏买了 6 本, 共花了 1.8 元. 小亮买了 8 本, 共花了 2.4 元. 小敏和小亮买的练习本本数之比是 () : (), 比值是 (); 花的钱数之比是 () : (), 比值是 ().
2. 填空:
(1) $3 : () = 24$; (2) $() : 8 = 0.5$.

2.4.2 比的基本性质

你还记得商不变的性质和分数的基本性质吗?

联系这些性质, 猜想一下: 在比中有什么样的规律? 比如, 下面的两组比

分别相等吗?

$$6:8 \bigcirc (6 \times 2):(8 \times 2);$$

$$6:8 \bigcirc (6 \div 2):(8 \div 2).$$



探究

根据比与除法、分数的关系,验证一下这一猜想.

根据比与除法的关系,可以得到:

$$6 \div 8 = (6 \times 3) \div (8 \times 3), 6 \div 8 = (6 \div 2) \div (8 \div 2);$$



$$6:8 = (6 \times 3):(8 \times 3), 6:8 = (6 \div 2):(8 \div 2).$$

你能根据比与分数的关系研究这个规律吗?



归纳

比的前项和后项同时乘或除以相同的数(0除外),比值不变.这个性质叫做**比的基本性质**.

根据比的基本性质,可以把比化成最简单的整数比(前、后项的最大公因数是1).

例 1 神舟五号搭载了两面联合国旗,一面长 15 cm,宽 10 cm (图 2.4-1),另一面长 180 cm,宽 120 cm (图 2.4-2). 这两面联合国旗长和宽的最简单的整数比分别是多少?

解: $15:10 = (15 \div 5):(10 \div 5) = 3:2;$

$$180:120 = (180 \div \underline{\quad}) : (120 \div \underline{\quad}) = \underline{\quad} : \underline{\quad}.$$



图 2.4-2

5 是 15 和 10 的什么数? 为什么要除以 5?

例 2 把下面各比化成最简单的整数比.

$$(1) \frac{1}{6} : \frac{2}{9}; \quad (2) 0.75 : 2.$$

解: (1) $\frac{1}{6} : \frac{2}{9} = \left(\frac{1}{6} \times 18\right) : \left(\frac{2}{9} \times 18\right) =$
 $\quad \quad \quad : \quad \quad ;$

$$(2) 0.75 : 2 = (0.75 \times 100) : (2 \times 100) =$$

$$= 75 : 200 = \quad : \quad .$$

为什么要乘
18?



思考

当一个比的前项或后项不是整数时, 怎样把这个比化成最简单的整数比?

练习

把下面各比化成最简单的整数比.

$$(1) 32 : 16;$$

$$(2) 48 : 40;$$

$$(3) 0.15 : 0.3;$$

$$(4) \frac{5}{6} : \frac{1}{6};$$

$$(5) \frac{7}{12} : \frac{3}{8};$$

$$(6) 0.125 : \frac{5}{8}.$$

2.4.3 比的应用

在工农业生产和日常生活中, 常常需要把一个数量按照一定的比来进行分配, 比如本章开始前图中溶液的稀释.

例 3 图 2.4-3 是某种清洁剂浓缩液的稀释瓶, 瓶子上标明的比表示浓缩液与水的体积之比. 按照这些比, 可以配制出不同浓度的稀释液.

如果按 1 : 4 的比配制一瓶 500 mL 的稀释液, 其中浓缩液和水的体积分别是多少?

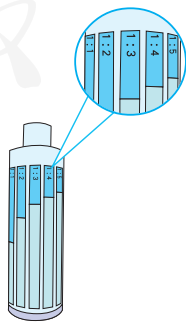


图 2.4-3

解法 1: 按 1 : 4 的比配制稀释液, 可以这样

想：把配成的稀释液平均分成 5 份，其中浓缩液占了 1 份，水占了 4 份.

每份是 $500 \div 5 = 100(\text{mL})$,

浓缩液有 $100 \times 1 = 100(\text{mL})$,

水有 $100 \times 4 = 400(\text{mL})$.

解法 2: 浓缩液占稀释液的 $\frac{1}{1+4}$ ，水占稀释液的 $(\frac{\quad}{\quad})$.

浓缩液有 $500 \times \frac{1}{1+4} = 100(\text{mL})$,

水有 $500 \times (\frac{\quad}{\quad}) = (\quad)(\text{mL})$.

答: 浓缩液的体积是_____，水的体积是_____.

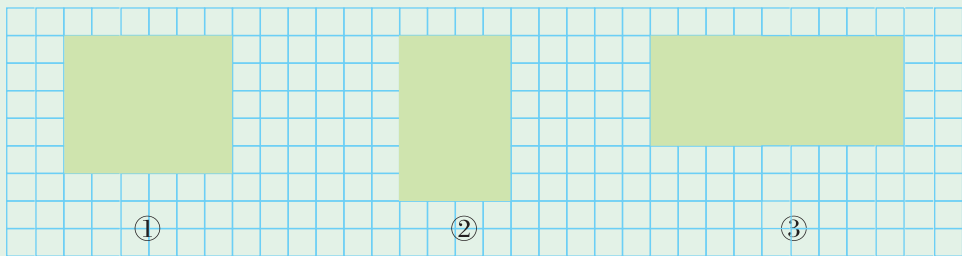
练习

1. 某妇产医院上月新生婴儿 303 个，男女婴儿人数之比是 51 : 50. 上月新生男女婴儿各有多少个？
2. 学校把栽 70 棵树的任务，按照六年级三个班的人数分配给各班，(1) 班有 46 人，(2) 班有 44 人，(3) 班有 50 人. 三个班各应栽多少棵树？

习题 2.4

复习巩固

1. 航海模型小组有男生 14 人，女生 8 人. 航空模型小组共有 26 人，其中男生有 16 人. 汽车模型小组共有 12 人，共做了 18 个汽车模型.
(1) 航海模型小组男女生人数的比是 () : ()，比值是 ()；
(2) 航空模型小组男女生人数的比是 () : ()，比值是 ()，女生人数与小组总人数的比是 () : ()，比值是 ()；
(3) 汽车模型小组做的模型总数与人数的比是 () : ()，比值是 ().
2. 下页哪个长方形的长与宽的比是 3 : 2？



(第2题)

3. 求下面各比的比值.

(1) $5:9$; (2) $0.6:0.16$; (3) $\frac{2}{3}:\frac{6}{7}$; (4) $0.8:\frac{1}{2}$.

4. 把下列各比化成后项是100的比.

(1) 学校种植树苗, 成活的棵数与种植总棵数的比是 $49:50$;

(2) 要配制一种药水, 药剂的质量与药水总质量的比是 $0.12:1$;

(3) 某企业去年实际产值与计划产值的比是 $275\text{万}:250\text{万}$.

5. 空气中氧气与氮气的体积比是 $21:78$. 660 m^3 空气中有氧气和氮气各多少立方米?

6. 用1份蜂蜜和9份水冲兑蜂蜜水. 一个杯子的容积是 200 mL , 要冲兑一杯这样的蜂蜜水, 需要蜂蜜和水各多少?

7. 每个橡皮艇上有1名救生员和7名游客, 一共56人乘坐橡皮艇. 一共有多少名游客? 多少名救生员?

8. 搅拌混凝土需要水泥、沙子和石子共 20 t , 水泥、沙子和石子的比是 $2:3:5$. 三种原料分别需要多少吨?

综合运用

9. 不同蔬菜中钙和磷含量的比是不同的.

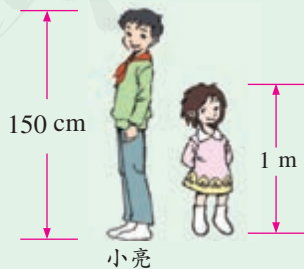
蔬菜	芹菜	菠菜	茄子
钙、磷含量比	$7:5$	$2:1$	$23:20$

哪种蔬菜的钙磷含量比的比值最高? 哪种最低?

10. 如图, “小亮和他的表妹的身高的比是 $150:1$ ”

这一说法正确吗? 正确的比应该是多少? 你会化简吗?

11. 用 120 cm 的铁丝做一个长方体的框架. 长、宽、高的比是 $3:2:1$. 这个长方体的长、宽、高分别是多少?

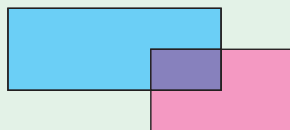


(第10题)

12. 张伯伯家里的菜地共 800 m^2 . 他准备用菜地的 $\frac{2}{5}$ 种西红柿, 剩下的按 $2:1$ 的面积比种黄瓜和茄子. 三种蔬菜的面积分别是多少?

拓广探索

13. 有一个两位数, 十位上的数和个位上的数的比是 $2:3$. 十位上的数加上 2, 就和个位上的数相等. 这个两位数是多少?
14. 如图, 两个长方形重叠部分的面积相当于大长方形面积的 $\frac{1}{6}$, 相当于小长方形面积的 $\frac{1}{4}$. 大长方形和小长方形的面积的比是多少?
15. 甲数与乙数的比是 $2:3$, 乙数与丙数的比是 $4:5$. 甲数与丙数的比是多少?



(第 14 题)

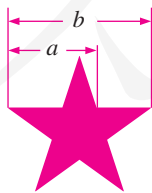


阅读与思考

黄金比

你听说过“黄金比”吗?

把一条线段分成两部分, 如果较短部分与较长部分长度之比等于较长部分与整体长度之比, 我们把这个比称为黄金比 (约为 $0.618:1$). 当一个物体的两个部分长度的比大致符合黄金比时, 会给人以一种优美的视觉感受. 所以, 许多艺术作品 (图 1) 都是按黄金比来设计的.



$$a:b \approx 0.618:1$$

图 1

上图中的五角星内还有其他线段符合黄金比吗?

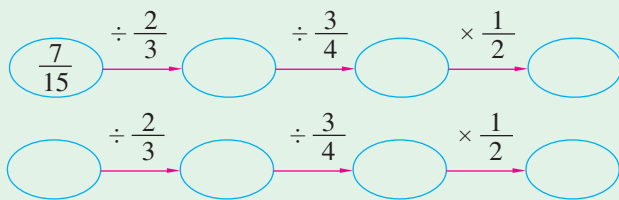
请你自己收集一些有关黄金比的信息与同学交流.



数学活动

活动1

按下面的步骤计算，再把最后的得数与开始的数相比较，你能发现什么规律？然后把 $\frac{7}{15}$ 换成其他的分数试试，看看有没有同样的规律。你能解释其中的原因吗？



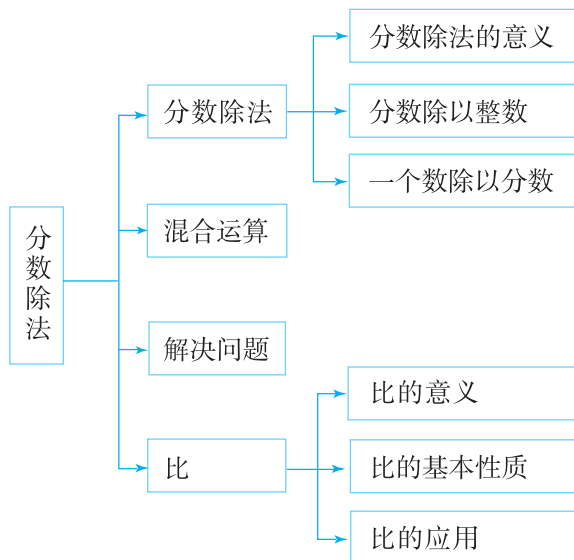
活动2

找一些大小不同的国旗（或国旗图片），量出它们的长和宽，再算出长和宽的比值，看看有什么规律。

人教版®

小 结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

在掌握了分数乘法的基础上，本章我们通过学习分数除法，系统掌握了分数的四则运算，还开始了比的初步知识的系统学习，为后面学习百分数和比例打下了基础。

通过探究，我们掌握了分数除法的计算方法。在进行分数四则运算时，要注意灵活运用运算定律进行简便运算。

用分数除法解决实际问题，重要的是分析数量关系。这里主要有两种情况：一种是数量关系与用整数除法解决的实际问题相同，只是数据由整数变成了分数；另一种是已知一个数的几分之几是多少，要求这个数。事实上和前面分数乘法中的求一个数的几分之几是多少的实际问题数量关系相同，只是已知数和未知数交换了位置。

比的初步认识也是从概念到性质再到应用的递进学习过程。

请你带着下面的问题，复习一下全章的内容吧。

1. 结合具体的例子说明为什么除以一个数可以转化为乘这个数的倒数。
2. 结合具体的例子说说什么是比，指出比的前项和后项。
3. 比与除法、分数有什么关系？结合实例说明比的基本性质。
4. 举例说明运用分数除法和比的知识可以解决哪些实际问题。

复习题 2

复习巩固

1. 判断下列说法是否正确.

(1) 两个分数相除, 商一定大于被除数; ()

(2) 如果 $a \div b = \frac{1}{3}$, b 就是 a 的 3 倍; ()

(3) 如果 $a : b = 3 : 5$, 那么 $a = 3$, $b = 5$; ()

(4) 从学校走到电影院, 小明用 8 分钟, 小红用 10 分钟, 小明和小红的速度之比是 4 : 5. ()

2. 把上下两行计算结果相等的算式用线连起来.

$\frac{2}{5} \div 4$	$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$	$\frac{2}{5} \times 4$
----------------------	--------------------------------	----------------------------------	------------------------

$\frac{2}{5} \div \frac{4}{3}$	$\frac{2}{5 \times 4}$	$\frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$	$\frac{2 \times 4}{5}$
--------------------------------	------------------------	----------------------------------	------------------------

3. 计算:

(1) $\frac{1}{5} \times 8 \div \frac{4}{5}$; (2) $\frac{3}{5} + 0.5 \times \frac{4}{5}$; (3) $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$;

(4) $\left(\frac{5}{8} + \frac{5}{6}\right) \times \frac{4}{25}$; (5) $\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}\right) \times 0.9$; (6) $1 - \frac{7}{9} \div \frac{7}{8}$;

(7) $\frac{4}{9} \div \left[0.8 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right)\right]$; (8) $\left[1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right] \times \frac{2}{3}$.

4. 冰融化成水后, 水的体积变为冰的体积的 $\frac{9}{10}$.

现有一块冰, 融化成水以后的体积是 30 dm^3 , 这块冰的体积是多少?

5. 狮子奔跑时的最高时速可以达到 60 千米/时, 大约是猎豹的 $\frac{6}{11}$. 猎豹奔跑时的最高时速大约是多少?



(第 5 题)

综合运用

6. 动物心跳的快慢是与体重有关系的, 体重越大, 心跳越慢, 体重越小, 心跳越快. 你能根据下面的信息算出猫每分钟大约心跳多少次吗?



老鼠每分钟心跳约 500 次



大象每分钟心跳次数约是老鼠的 $\frac{2}{25}$, 约是猫的 $\frac{1}{6}$



猫每分钟心跳约 _____ 次

(第 6 题)

7. 填空:

- (1) $8:10 = \frac{(\quad)}{5} = 40 \div (\quad) = (\quad)$ (填小数);
- (2) 学校电脑小组有男生 25 人, 女生 20 人. 男生人数是女生的 $(\quad)$ 倍, 女生人数与男生人数的最简单的整数比是 $(\quad):(\quad)$, 女生人数占总人数的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$;
- (3) $20\text{ kg}:0.2\text{ t}$ 的比值是 $(\quad)$.
8. 夏至是北半球一年中白昼最长、黑夜最短的一天. 这一天, 北京的白昼时间与黑夜时间的比是 $5:3$. 白昼和黑夜分别是多少小时?
9. 某仓库里储存了 150 t 大米、60 t 面粉和 15 t 杂粮. 求这个仓库里储存的大米、面粉和杂粮的比, 并把它化成最简单的整数比.
10. 请你根据下面的信息, 寻找合适的量, 写出这些量之间的比.
- 小华今年 12 岁, 爸爸 38 岁. 爸爸一年的工资是 30 000 元, 妈妈每月的工资是 1 500 元.
- 你还能在生活中发现一些信息并用比来表示这些信息中各个量之间的关系吗?

拓广探索

11. 学校运动会上, 某班参加比赛的女生占全班人数的 $\frac{1}{6}$, 参加比赛的男生占全班人数的 $\frac{1}{4}$, 参加比赛的男生比女生多 4 人. 这个班有学生多少人?
12. 有甲、乙两袋米, 甲袋装米 10 kg. 如果从乙袋中倒出 $\frac{1}{3}$ 给甲袋, 两袋米就一样重了. 乙袋原来装了多少千克米?

第三章 圆的初步认识

在以前的学习中，你们已经学习了很多图形，在下图中找一找，看看能找到哪些你熟悉的图形。

看着图中熟悉的圆形，你有没有想过：在施工时，用什么方法能把圆形花坛、圆形喷水池修得那么圆呢？车轮为什么设计成圆形的？……所有这些，都需要我们了解更多的有关圆的知识。

在这一章，你们将通过自己的思考和活动，探索圆的特征，了解圆的应用。



3.1 认识圆

从奇妙的自然界到文明的人类社会，从精巧的手工艺品到气势宏伟的各种建筑……到处都可以看到大大小小的圆（图 3.1-1）.



图 3.1-1

你能想办法在纸上画一个圆吗（图 3.1-2）?



图 3.1-2

如图 3.1-3，把画好的圆剪下来，对折，打开，再换个方向对折，再打开，反复折几次. 折过几次之后，你发现了什么？

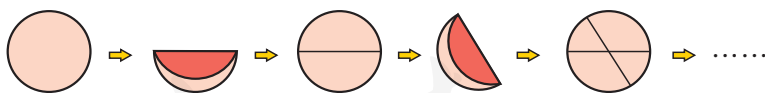


图 3.1-3

折痕相交于圆中心的一点.

如图 3.1-4，点 O 到圆上任意一点的距离都相等，这一点叫做**圆心**（center of a circle）. 连接圆心和圆上任意一点的线段叫做**半径**（radius），一般用字母 r 表示. 通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做**直径**（diameter），一般用字母 d 表示.

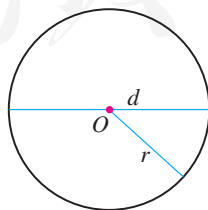
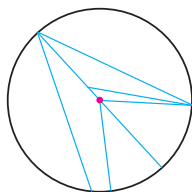
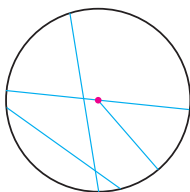


图 3.1-4

练习

用彩笔描出下面各圆的直径和半径。每个圆中你分别描出了几条半径？



探究

在同一个圆内，有多少条半径？多少条直径？直径与半径的长度有什么关系？

在同一个圆内，半径、直径都有无数条；所有半径的长度都相等，所有直径的长度也都相等。直径的长度是半径的 2 倍，半径的长度是直径的 $\frac{1}{2}$ ，用公式表示就是 $d=2r$ ， $r=\frac{d}{2}$ 。

由于同一个圆内半径都相等，我们可以用圆规来画圆。

(1) 把圆规的两脚分开，定好两脚间的距离（图 3.1-5）；

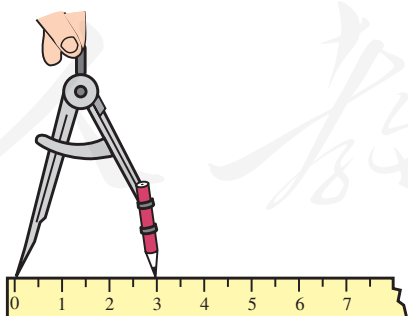


图 3.1-5

(2) 把有针尖的一只脚固定在一点上；

(3) 把装有铅笔尖的一只脚旋转一周，就画出一个圆（图 3.1-6）.

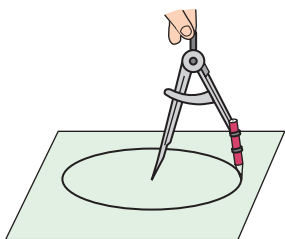
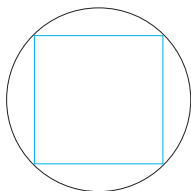
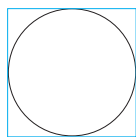


图 3.1-6

有针尖的一脚
固定的点是所画的
圆的什么？

练习

1. 用圆规画一个半径是 2 cm 的圆，并用字母 O 、 r 、 d 标出它的圆心、半径和直径.
2. 找出下面各圆的圆心和直径.



(第 2 题)

我们以前学过轴对称图形，长方形、正方形和圆等都是轴对称图形，都有对称轴.



探究

你能分别画出图 3.1-7 中两个圆的对称轴吗？可以画几条？

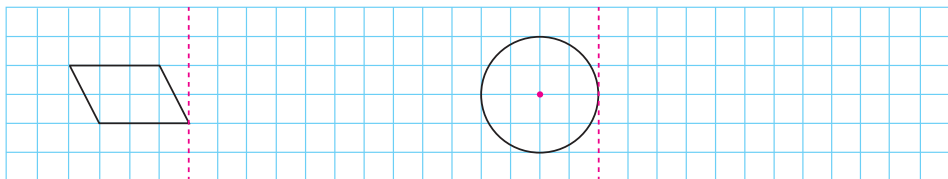


图 3.1-7

直径所在的直线是圆的对称轴，圆有无数条对称轴.

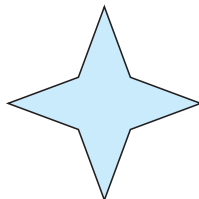
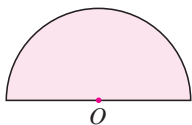
练习

1. 我们已经学过的平面图形中有哪些是轴对称图形？哪些图形的对称轴只有一条？哪些不止一条？
2. 根据对称轴画出下面各图形的轴对称图形。



(第 2 题)

3. 画出下面各图形的对称轴。



(第 3 题)

习题 3.1

复习巩固

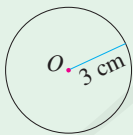
1. 按下面的要求，用圆规画圆。

(1) $r=3\text{ cm}$;

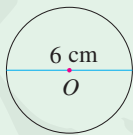
(2) $d=5\text{ cm}$;

(3) $r=3.5\text{ cm}$.

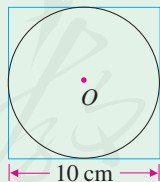
2. 填空：



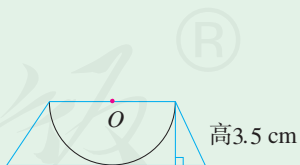
$d = \underline{\hspace{2cm}}$



$r = \underline{\hspace{2cm}}$



$r = \underline{\hspace{2cm}}$

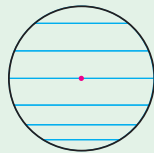


$d = \underline{\hspace{2cm}}$

(第 2 题)

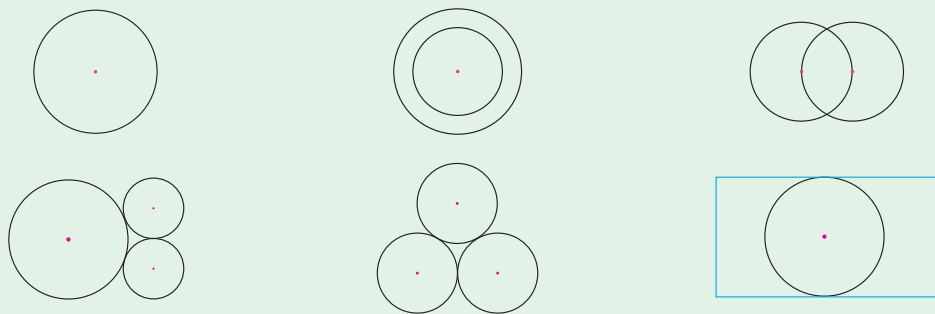
3. (1) 用彩色笔描出图中圆的直径。

- (2) 比较这些线段的长度，你发现了什么？



(第 3 题)

4. 在下列各图形中，你能分别画出几条对称轴？



(第 4 题)

5. 画一个只有一条对称轴的四边形，再画一个只有两条对称轴的四边形.

6. 填表 (单位: m):

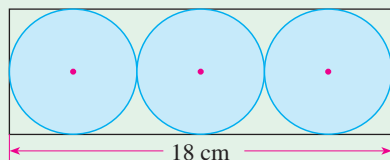
r	0.24		1.42		2.6
d		0.86		1.04	

综合运用

7. 学校要建一个直径是 10 m 的圆形花坛，你能用什么方法画出这个圆？

8. 画出自己喜欢的轴对称图形，并和同桌交流.

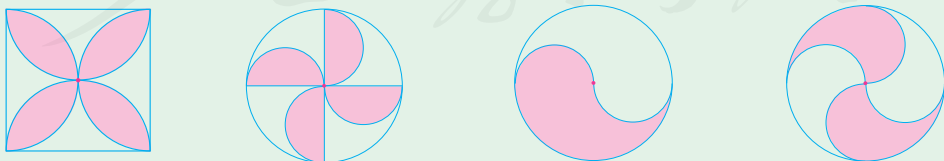
9. 如图，在长方形中有三个大小相等的圆. 已知这个长方形的长是 18 cm，圆的直径是多少？长方形的周长是多少？



(第 9 题)

拓广探索

10. 你能利用圆规和三角尺画出下面这些美丽的图案吗？试试看.



(第 10 题)

11. 车轮为什么是圆形的？车轴应装在什么位置？



圆的妙用

如果你仔细观察就会发现：我们周围很多东西的形状都是圆形的，如车轮、马路上的大多数井盖（图1）……



图1

这是为什么呢？

车轮制成圆形，是利用同一圆的半径都相等的性质。把车轴装在车轮的圆心上，当车轮在地面上滚动的时候，车轴离地面的距离总是等于车轮的半径，因此只要道路平坦，车子就会平稳地在地面上行驶。对于这一点，人们很早就认识到了。大约在6 000年前，美索不达米亚人就做出了世界上第一个轮子——圆的木轮。后来约在4 000年前，人们将圆的木轮固定在木架上，就成了最初的车子。试想一下，如果车轮是正方形的，为了保持车辆的平稳行驶，道路应该是什么样子的呢（图2）？



图2

井盖做成圆形的一个原因是圆形井盖怎么放都不会掉到井里，并且能恰好盖住井口，这里利用了同一圆的直径都相等的性质（图3）。

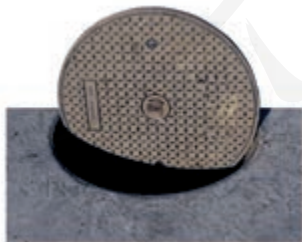


图3

3.2 圆的周长

围成圆的曲线的长度叫做**圆的周长**。怎样才能知道一个圆的周长是多少呢？

如图 3.2-1，我们可以用一根线（或纸条）绕圆一周，剪去多余的部分，再拉直量出它的长度，来得到圆的周长。

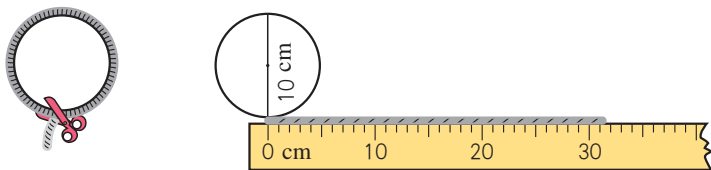


图 3.2-1

如图 3.2-2，我们也可以把圆放在直尺上滚动一周，来直接量出圆的周长。

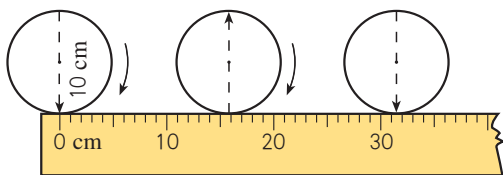


图 3.2-2



探究

圆的周长与什么有关？有什么关系呢？

找一些圆形的物品，分别量出它们的周长和直径，并算出周长和直径的比值，把结果填入给出的表格中。观察表格中的数据，你发现了什么？

物品名称	周长	直径	$\frac{\text{周长}}{\text{直径}}$ (保留两位小数)

一个圆的周长总是它的直径的 3 倍多一些。

其实，早就有人研究了圆的周长与直径的关系，发现任意一个圆的周长与它的直径的比值是一个固定的数，我们把圆的周长与它的直径的比值叫做**圆周率**，用字母 π (pài) 表示。圆周率是一个无限不循环小数， $\pi=3.141\ 592\ 653\ 5\cdots$ 。但在实际应用中一般只取它的近似值，即 $\pi\approx 3.14$ 。

如果用 C 表示圆的周长，就有：

$$C=\pi d \quad \text{或} \quad C=2\pi r.$$

约 1 500 年前，中国伟大的数学家和天文学家祖冲之计算出圆周率应在 3.141 592 6 和 3.141 592 7 之间，成为世界上第一个把圆周率的值的计算精确到 7 位小数的人。

例 一个圆形花坛的直径是 20 m，它的周长是多少？

解： $3.14 \times 20 = 62.8$ (m)。

答：花坛的周长是 62.8 m。

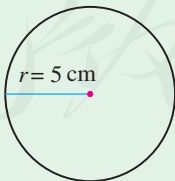
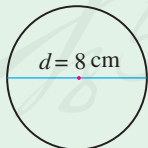
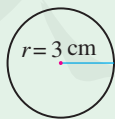
练习

1. 一个圆形喷水池的半径是 5 m，它的周长是多少？
2. 在一个圆形地面的亭子里，小丽走完这个圆的直径需用 12 步，平均每步长 55 cm。这个圆的周长是多少？

习题 3.2

复习巩固

1. 求下面各圆的周长。



(第 1 题)

2. 一张圆桌面的直径是 0.95 m，如果沿圆桌面的外缘包一层银色的边，需要多长银色的边？(得数保留两位小数。)

3. 一辆自行车的车轮半径是 0.35 m ，车轮往前滚动 8 周前进了多远？
4. 爸爸用一根 3.6 m 长的塑料管做了一个呼拉圈，呼拉圈的半径是多少？（得数保留两位小数。）
5. 如图，小红量得一座古代建筑中的大圆柱某个横截面的周长是 3.77 m 。这个横截面的直径是多少？（得数保留一位小数。）



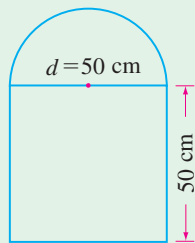
（第 5 题）

综合运用

6. 小东有一辆自行车，车轮的直径大约是 66 cm 。从家到学校的路程是 $2\ 000\text{ m}$ ，如果车轮平均每分钟转 100 周，小东骑车上学大约需要多少分钟？（得数保留整数。）
7. 一只挂钟的分针长 20 cm ，经过 30 分钟后，分针的尖端所走的路程是多少？经过 45 分钟呢？
8. 如图，一个圆形牛栏的半径是 20 m ，要用多长的粗铁丝才能把牛栏围上 3 圈（接头处忽略不计）？如果每隔 2 m 装一根木桩，大约要装多少根木桩？

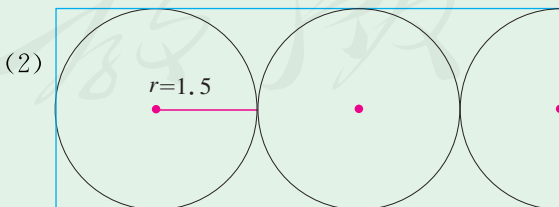
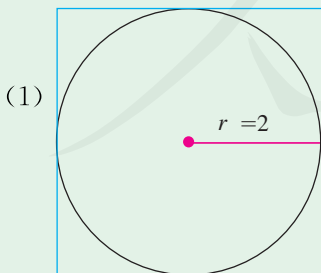


（第 8 题）



（第 9 题）

9. 李明家的一扇门要装上形状如图所示的装饰木条，需要多长的木条？
10. 填空（单位： cm ）：



正方形的周长是 () cm ，

圆的周长是 () cm 。

圆的周长是 () cm ，

长方形的周长是 () cm 。

11. 如图，杂技演员表演独轮车走钢丝，车轮的直径为 40 cm，要骑过 50 m 长的钢丝，车轮需要转动多少周？（得数保留整数.）



（第 11 题）

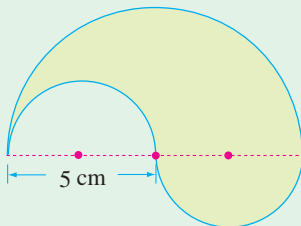


（第 12 题）

12. 如图，一台压路机的前轮直径是 1.7 m. 如果前轮每分钟转动 6 周，10 分钟前进多远？

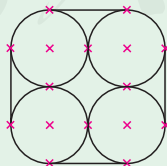
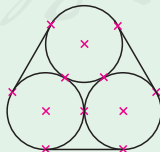
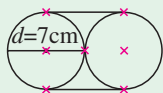
拓广探索

13. 在一张周长为 100 cm 的正方形纸片内，剪一个最大的圆，这个圆的周长是多少？
14. 求出图形（如图）的周长，并说一说你是怎样算的.



（第 14 题）

15. 为方便销售，售货员把啤酒瓶捆成如下图的形状. 如果每组分捆 5 圈（接头处不计），每组至少需要多长的绳子？你发现了什么？



（第 15 题）

3.3 圆的面积

圆所占平面的大小叫做圆的面积.



探究

怎样计算圆的面积呢？能不能把圆转化为学过的图形来计算呢？

如图 3.3-1，把一个圆分成若干（偶数）等份（可利用附页），剪开后，用这些近似等腰三角形的小纸片拼一拼，你能发现什么？

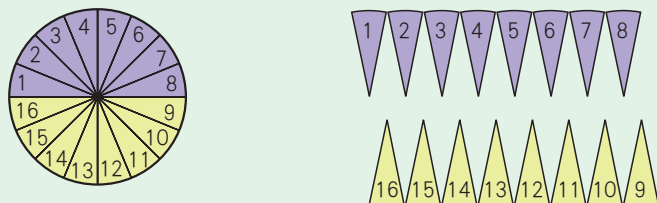


图 3.3-1

如图 3.3-2 所示，这些小纸片可以拼成一个近似的平行四边形.

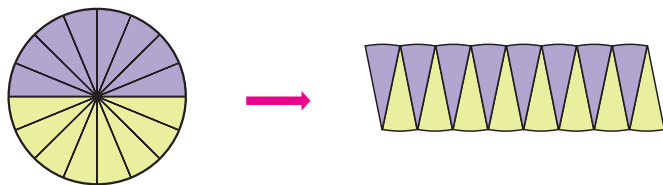


图 3.3-2

如果分的份数越多，每一份就会越小，拼成的图形就会越接近于长方形. 拼成的近似长方形的长和宽与圆的周长、半径有什么关系呢？

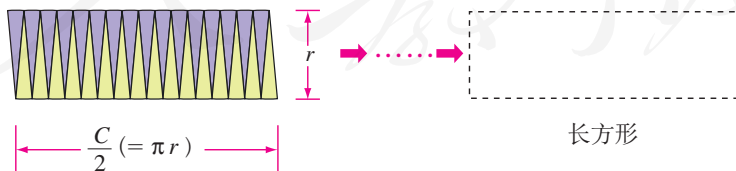


图 3.3-3

从图 3.3-3 中可以看出圆的半径是 r ，长方形的长是（ ），宽是（ ）。
因为长方形的面积 = （ ） $\times$ （ ），

所以圆的面积 $=(\quad)\times(\quad)=(\quad)$.

如果用 S 表示圆的面积, 那么圆的面积计算公式就是:

$$S=\pi r^2.$$

例 1 一个圆形花坛的直径是 20 m, 它的面积是多少?

解: 圆的半径: $20\div 2=10$ (m);

$$\begin{aligned}\text{圆的面积: } & 3.14\times 10^2 \\ & =\underline{\hspace{2cm}} \\ & =\underline{\hspace{2cm}}.\end{aligned}$$

答: 它的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ m^2 .

练习

1. 一个圆形茶几面的直径是 1 m, 它的面积是多少?
2. 儿童乐园要修建一个旋转木马场地, 木马旋转范围的直径是 8 m, 周边还要留出 1 m 宽的小路, 并在外侧围上栏杆. 这块场地的占地面积是多少?



(第 2 题)

例 2 如图 3.3-4 所示, 光盘的银色部分是一个圆环, 内圆半径是 2 cm, 外圆半径是 6 cm. 圆环的面积是多少?

$$\begin{aligned}\text{解法 1: } & 3.14\times 6^2-3.14\times 2^2 \\ & =\underline{\hspace{2cm}} \\ & =\underline{\hspace{2cm}}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{解法 2: } & 3.14\times (6^2-2^2) \\ & =\underline{\hspace{2cm}} \\ & =\underline{\hspace{2cm}}.\end{aligned}$$

答: 圆环的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm^2 .



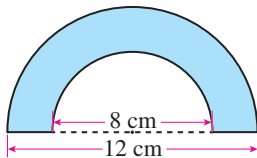
图 3.3-4

练习

1. 如图，一座圆形环岛的直径是 50 m，中间是一个直径为 10 m 的圆形花坛，其他地方是草坪。草坪的占地面积是多少？



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 图中阴影部分是个半圆环，它的面积是多少？

习题 3.3

复习巩固

1. 填表：

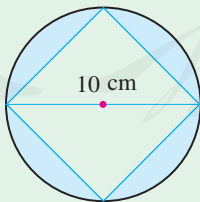
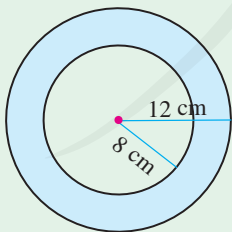
半 径	4 cm			20 m
直 径		9 dm	6 m	
圆面积				

2. 如图，公园草地上一个自动旋转喷灌装置的射程是 10 m，它能喷灌的面积是多少？

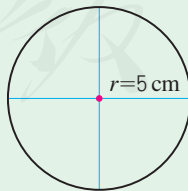


3. 计算各图形(如图)中阴影部分的面积。

(第 2 题)



(第 3 题)

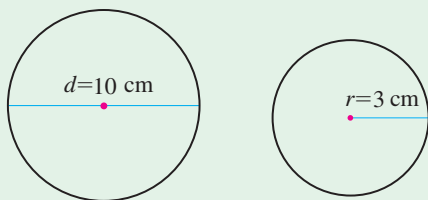


(第 4 题)

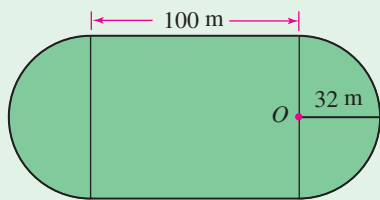
4. 如图，圆的半径是 5 cm，把圆平均分成 4 份，其中 1 份的面积是多少？3 份的面积是多少？

综合运用

5. 如图, 计算各圆的周长和面积.

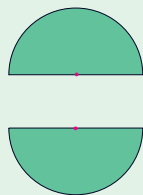


(第 5 题)



(第 6 题)

6. 如图, 一个运动场两端是半圆形, 中间是长方形. 这个运动场的周长是多少米? 面积是多少平方米?
7. 篮球场上有圆和半圆的区域, 你知道它们分别是什么区域吗? 请你先测量, 再计算出它们的周长和面积.
8. 如图, 街心公园有两块半圆形的草坪, 它们的周长都是 128.5 m. 这两块草坪的总面积是多少?



(第 8 题)

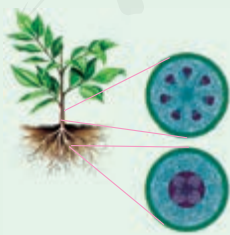
拓展探索

9. 在每个正方形中分别作一个最大的圆, 并完成下面的表格.

正方形的边长	正方形的面积	圆的面积	面积之比
1 cm			
2 cm			
3 cm			
4 cm			

你发现了什么? 任意画一个正方形, 在其中画一个最大的圆, 也能得出相同的结论吗?

10. 圆在生活中有哪些应用? 为什么草原上的蒙古包要围成圆形的? 为什么绝大多数植物的根和茎的横截面是圆形的?



(第 10 题)

3.4 扇形

如图 3.4-1，圆上 A, B 两点之间的部分叫做**弧** (arc)，读作“弧 AB ”。一条弧和经过这条弧两端的两条半径所围成的图形叫做**扇形** (sector)。图 3.4-1 中涂色部分就是扇形。

像 $\angle AOB$ 这样，顶点在圆心的角叫做**圆心角** (central angle)。

可以发现，在同一个圆中，扇形的大小与这个扇形的圆心角的大小有关。

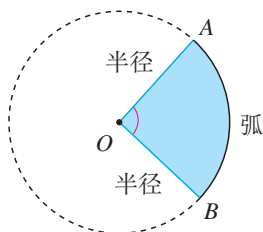


图 3.4-1

探究

1. 以半圆为弧的扇形的圆心角是多少度 (图 3.4-2)?
2. 以 $\frac{1}{4}$ 圆为弧的扇形的圆心角是多少度 (图 3.4-3)?

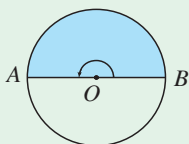


图 3.4-2

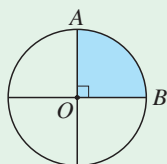


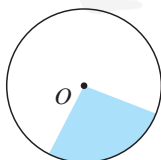
图 3.4-3

练习

下面哪些涂色部分的图形是扇形？在 () 里画“√”。



()



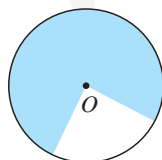
()



()



()



()

习题 3.4

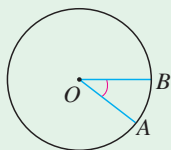
复习巩固

1. 指出下列物体中的扇形.

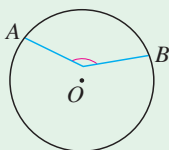


(第 1 题)

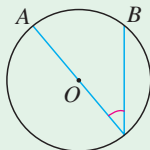
2. 下面图形中哪些角是圆心角? 在 () 里画“√”.



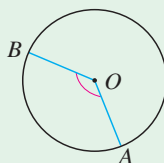
()



()



()



()

(第 2 题)

综合运用

3. 画一个半径是 2 cm 的圆, 再在圆中画一个圆心角是 100° 的扇形.

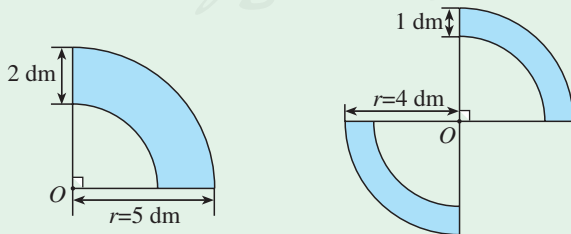
拓广探索

4. 你在生活中见过下面这些图案吗?



(第 4 题-1)

像下面这样一个圆环被截得的部分叫做扇环. 你能求出下面各扇环的面积吗?



(第 4 题-2)



数学活动

活动1

400 m 赛跑时,为什么运动员站在不同的起跑线上(图 1)? 请到学校运动场上观察一下,把你的答案写在下面.



图 1

活动2

下面是一个标准的 400 m 跑道运动场的示意图(图 2),其直道的长度是 85.96 m,第一条半圆形跑道的直径为 72.6 m,每条跑道宽 1.25 m.

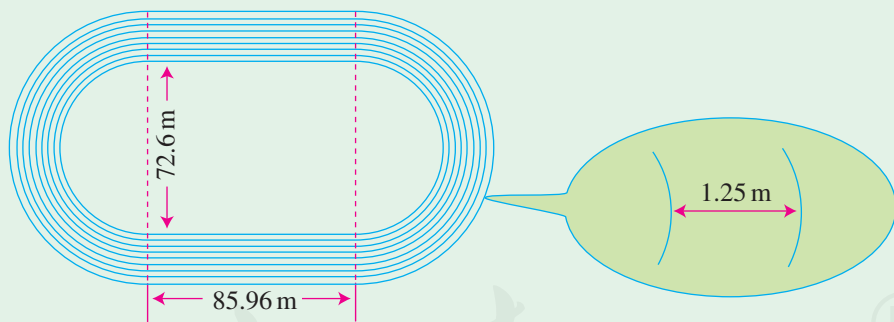


图 2

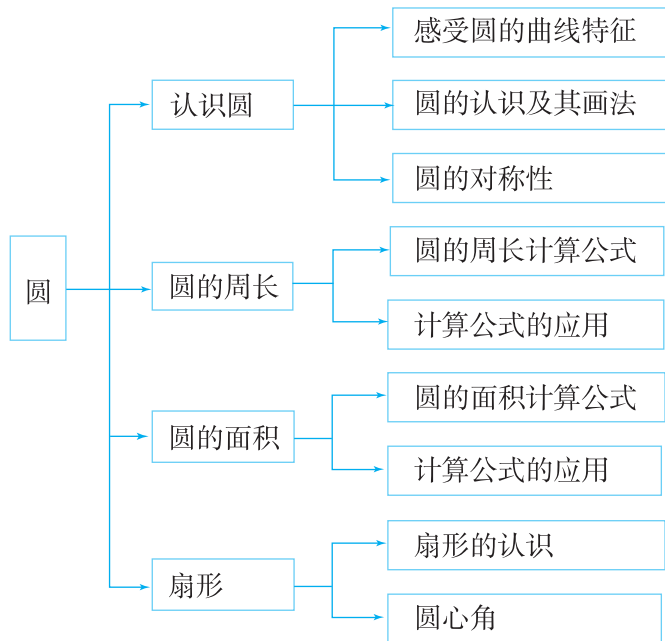
如果要在这个运动场上进行 400 m 的比赛,计算出相邻两条跑道上的起跑线应该相差多少. (π 取 3.141 59.)

	1	2	3	4	5	6	7	8
直径/m	72.6	75.1						
周长/m	228.08	235.93						
全长/m	400	407.85						

如果是 200 m 的比赛,相邻两条跑道上的起跑线应该相差多少?

小 结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

圆是由曲线围成的图形. 在同一个圆中, 所有半径的长度都相等, 也就是圆上任意一点到圆心的距离都相等, 利用这一原理可以用圆规画圆; 同一个圆的直径的长度是半径的 2 倍, 所以同一个圆的直径的长度都相等.

圆的周长和面积公式的探索, 利用了转化的数学思想; 解决问题贯穿在整个学习过程中……你都体会到了吗?

请你带着下面的问题, 复习一下全章的内容吧.

1. 用自己的语言描述出下面这些概念的含义, 并用图形表示它们 (圆周率除外).

圆心、直径、半径、轴对称图形、圆周率、扇形、弧、圆心角.

2. 同一个圆中的半径与直径有什么关系? 圆的周长与直径和半径分别有什么关系? 圆的面积与半径有什么关系?

3. 回顾如何用转化的方法得出圆的面积计算公式.

4. 请你说出几种轴对称图形.

5. 与以前相比, 你对圆有什么新的认识? 请与你的同桌进行交流.

复习题 3

复习巩固

1. 判断下列说法是否正确.

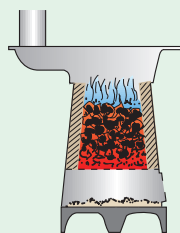
- (1) 圆周率 π 就是 3.14; ()
- (2) 圆的半径扩大到原来的 2 倍, 周长和面积也扩大到原来的 2 倍; ()
- (3) 半径相等的两个圆周长相等; ()
- (4) 两个圆的直径相等, 它们的半径也一定相等; ()
- (5) 用 4 个圆心角都是 90° 的扇形, 一定可以拼成一个圆. ()

2. 一种汽车的方向盘的直径是 40 cm, 它的周长是多少?

3. 用一根长 251.2 cm 的铁条焊接成一个圆形铁环, 它的半径是多少?

4. 钟表厂生产一种圆形钟面, 它的周长是 100.48 cm. 它的直径是多少?

5. 如图, 一个铁炉子的底面是圆形的, 周长是 94.2 cm. 这个炉子的占地面积是多大?



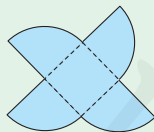
(第 5 题)

综合运用

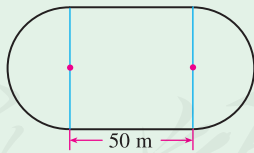
6. 一张圆形餐桌面的直径是 2 m, 它的周长是多少? 它的面积是多少? 如果一个人需要弧长为 0.5 m 的位置就餐, 这张餐桌大约能坐多少人?

7. 一个圆的周长是 62.8 m, 半径增加了 2 m 后, 面积增加了多少?

8. 如图, 中间是一个边长为 4 cm 的正方形, 与这个正方形每一条边相连的都是一个圆的四分之一. 整个图形的面积是多少?



(第 8 题)



(第 9 题)

9. 如图, 学校操场的跑道由正方形的两条对边和两个半圆组成. 跑道一周的长度是多少?

拓广探索

10. 一根绳子长 31.4 m, 用这根绳子在操场上围出一块地. 怎样围面积最大?

11. (1) 扇形是轴对称图形吗? 如果是, 它有几条对称轴?

(2) 圆心角是 1° 的扇形, 其面积是整个圆面积的几分之几? 圆心角是 40° , n° 的扇形呢?

第四章 百分数

在前面，我们已经学过分数的，并会解决与分数相关的问题。在生产、工作和生活中，我们还经常会用到一种特殊分数——百分数，例如：

(1) 星期一，六(1)班46人中有3人请假，六(2)班42人中有2人请假，两个班的出勤率分别约是93.5%和95.2%。

(2) 2009年我国农村居民人均纯收入5 153元，2010年是5 919元，年增长率约是14.9%。

百分数有什么特点？百分数与小数、分数有什么联系与区别？如何解决与百分数相关的实际问题？这是本章要学习的主要内容。

百分数与分数有着紧密的联系，合理利用已有的分数知识，可有效促进百分数知识的学习。

项目	2009年	2010年	增长率
粮食产量/万吨	53 082	54 641	2.9%
手机/万台	61 924.5	99 827.4	61.2%
出境人数/万人	4 766	5 739	20.4%



4.1 百分数的意义和写法



图 4.1-1

像图 4.1-1 中这样的数, 如 64.2% , 65% , 98% ……叫做**百分数** (percent). 百分数也叫做百分率或百分比.

你还在什么地方见过百分数?

你能说说上图中百分数的具体含义吗?

经过分析, 我们知道: 小学生的近视率为 18% , 就是说小学生近视的人数占全体小学生人数的 $\frac{18}{100}$; 初中生的近视率为 49% , 就是说初中生近视的人数占全体初中生人数的 $\frac{49}{100}$ ……

百分数通常不写成分数形式, 而在原来的分子后面加上百分号“%”来表示. 例如:

百分之九十	写作	90% ,
百分之六十四	写作	64% ,
百分之一百零八点五	写作	108.5% .

练习

1. 写出下面的百分数.

百分之一

百分之二十八

百分之零点五

2. 读一读下面的百分数.

0.6%

25%

33.3%

121.7%

300%

习题 4.1

复习巩固

1. 读出服装面料成分中的百分数.



羊毛 86 %
羊绒 14 %



棉 63.2 %
涤纶 36.8 %



棉 60.2 %
涤纶 36.4 %
氨纶 3.4 %

(第 1 题)

2. 写出下面的百分数.

(1) 我国总人口中有将近百分之七十的人口年龄在 15~59 岁之间;

(2) 感冒百分之九十左右由病毒引起, 百分之十左右由细菌引起.

综合运用

3. 找出报栏中的百分数, 并将它们读、写出来.

我国人口约占世界人口的百分之二
十二, 但人均水资源占有量只有世
界人均占有量的百分之二十五.

截至2009年, 全国小学学龄儿童入
学率为百分之九十九点四, 其中女
童入学率为百分之九十九点四四.

长江素有“黄金水道”之称, 年货运量约占全国河流总运输量的70%,
干支流蕴藏的水力资源约占全国的40%.

(第 3 题)

拓广探索

4. 收集一些生活中的百分数, 说说它们的含义.

4.2 百分数与小数、分数的互化

4.2.1 百分数与小数的互化

例1 把百分数 27%、135% 化成小数.

分析: 可以先把百分数写成分母是 100 的分数, 再直接写成小数.

解: $27\% = \frac{27}{100} = 0.27$;

$$135\% = \left(\frac{\quad}{\quad}\right) = (\quad).$$

例2 把 0.24、1.4、0.123 化成百分数.

解: $0.24 = \frac{24}{100} = 24\%$;

$$1.4 = \frac{14}{10} = \frac{140}{100} = (\quad)\%;$$

$$0.123 = \frac{123}{1\,000} = \frac{(\quad)}{100} = (\quad)\%.$$

练习

先做一做, 再观察, 看看你能发现什么.

(1) 把百分数化成小数: 97%, 8%, 0.5%, 13.2%;

(2) 把小数化成百分数: 0.97, 0.08, 0.005, 0.132.

想一想: 怎样才能很快地进行百分数与小数的互化?



归纳

把百分数化成小数, 只要把百分号去掉, 同时把小数点向左移动两位; 把小数化成百分数, 只要把小数点向右移动两位, 同时在后面添上百分号.

4.2.2 百分数与分数的互化

例3 把17%、40%、12.5%化成分数.

解: $17\% = \frac{17}{100}$;

$$40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5};$$

$$12.5\% = (\quad) = (\quad).$$

能约分的要约成最简分数.

例4 把 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{14}$ 化成百分数.

分析: 把分数化成百分数, 可以把它先化成小数再化成百分数.

解: $\frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$;

$$\frac{1}{14} = 1 \div 14 \approx 0.071 = 7.1\%.$$

除不尽时, 通常保留三位小数.

想一想: 百分数与分数怎样互化?



归纳

把百分数化成分数, 先把百分数改成分数, 能约分的要约成最简分数; 把分数化成百分数, 通常先把分数化成小数 (除不尽时, 通常保留三位小数), 再把小数化成百分数.

练习

1. 把下面的百分数化成分数.

$$14\% = (\quad); \quad 3.5\% = (\quad); \quad 120\% = (\quad).$$

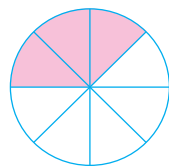
2. 每人写几个百分数, 同桌同学互相交换, 并把它们化成分数.

3. 把下面的分数化成百分数.

$$\frac{1}{4} = (\quad); \quad \frac{1}{8} = (\quad); \quad \frac{1}{6} = (\quad); \quad \frac{3}{5} = (\quad).$$

4. 分别用分数、小数、百分数表示图中的涂色部分。

分数：_____ 小数：_____ 百分数：_____



(第4题)

习题 4.2

复习巩固

1. 把下面的小数化成百分数，百分数化成小数。

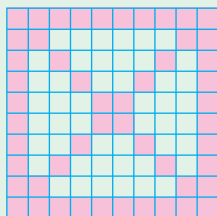
2.1 0.313 18.5% 1.07
26.34% 59.8 1.41 0.69

2. 找出相等的两个数，用线连起来。

11% 45% 2% 27% 163%
1.63 0.11 0.27 0.45 0.02

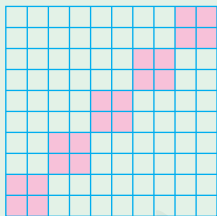
综合运用

3. 用百分数、分数表示出各图的涂粉色部分。



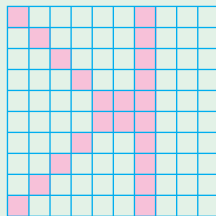
百分数 ()

分 数 ()



百分数 ()

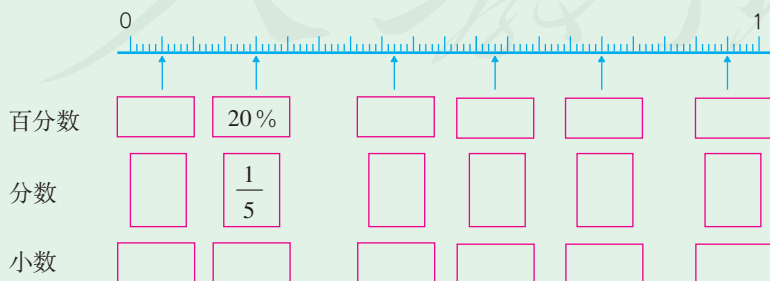
分 数 ()



百分数 ()

分 数 ()

4. 分别用百分数、分数、小数表示直线上的各点。



5. 填表, 使每列的三个数相等.

百分数	32%					0.5%
小 数		1.5		0.025		
分 数			$\frac{1}{3}$		$\frac{3}{8}$	

拓广探索

6. (1) () : 16 = $\frac{10}{()}$ = 0.125 = () %;

(2) 大西洋面积约是太平洋面积的 $\frac{1}{2}$, 也就是太平洋面积的 () %.

7. 据医学测试, 人静止不动时, 从头部散失的热量很多. 如果一个人穿得暖和但不戴帽子, 在气温为 15 °C 时, 从头部散失的热量占人体散失总热量的 30%, 在气温为 4 °C 时占 $\frac{3}{5}$, 在气温为零下 15 °C 时占 $\frac{3}{4}$. 因此, 有句俗话说“冬季戴棉帽, 如同穿棉袄”. 在以上哪种气温时从头部散失的热量最多? 怎样比较更快一些?

人教版®

4.3 百分数的应用

由于百分数表示一个数是另一个数的百分之几，所以解决有关百分数的实际问题的方法可以依照解决有关分数的实际问题的方法。

4.3.1 一般的百分数问题

例 1 六年级有学生 160 人，已达到《国家体育锻炼标准（儿童组）》的有 136 人，占六年级学生人数的百分之几？

解： $136 \div 160 = 0.85 = 85\%$ 。

答：占六年级学生人数的 85%。

达标学生人数占学生总人数的百分数（率）叫做**达标率**。

通常用下面的公式计算：

$$\text{达标率} = \frac{\text{达标学生人数}}{\text{学生总人数}} \times 100\%.$$

实行科学种田，播种前需要进行种子发芽试验，然后根据发芽率的高低，选择种子品种和确定播种量。

求发芽率就是求发芽的种子数占试验种子总数的百分之几。通常用下面的公式来计算：

$$\text{发芽率} = \frac{\text{发芽种子数}}{\text{试验种子总数}} \times 100\%.$$

例 2 生物小组进行小麦种子发芽试验，试验结果如下，计算出每次试验的发芽率。

试验编号	试验种子数/粒	发芽种子数/粒	发芽率
1	300	285	
2	300	282	
3	300	294	
4	300	291	

在实际生活中,像上面这样需要求百分率的情况还有很多,例如:

$$\text{学生的出勤率} = \frac{\text{实际出勤学生人数}}{\text{应出勤学生总人数}} \times 100\%;$$

$$\text{产品的合格率} = \frac{\text{合格的产品数}}{\text{产品总数}} \times 100\%;$$

$$\text{小麦的出粉率} = \frac{\text{面粉的质量}}{\text{小麦的质量}} \times 100\%.$$

你还能说出一些百分率的例子吗?

练习

1. 填空:

(1) 我国目前人均水资源占有量约为 $2\,200\text{ m}^3$, 北京市人均水资源占有量约为 300 m^3 , 占全国人均水资源占有量的 $\underline{\hspace{1cm}}\%$.

(2) 全球陆地面积约为 $14\,950$ 万平方千米, 目前全球荒漠化土地面积有 $3\,600$ 万平方千米, 荒漠化土地面积约占全球陆地面积的 $\underline{\hspace{1cm}}\%$.

2. 用 $2\,000\text{ kg}$ 花生米榨出花生油 760 kg , 这些花生米的出油率是多少?

例 3 青山乡原计划造林 12 公顷, 实际造林 14 公顷. 实际造林比原计划增加了百分之几?

分析: 可先画出线段图 (图 4.3-1) 来分析数量关系.

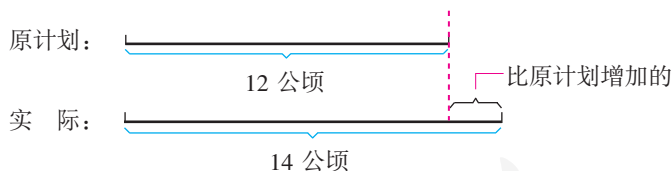


图 4.3-1

解: $(14-12) \div 12 = 2 \div 12 \approx 0.167 = 16.7\%$.

答: 实际造林比原计划增加了 16.7% .

在解决有关百分数的实际问题时,遇到除不尽的情况,百分号前的小数通常保留一位.

在实际生活中,人们常用“增加百分之几”“减少百分之几”“节约百分之几”……来表达增加、减少的幅度.

举例说明这些话的含义.

练习

1. 小飞家原来每月用水约 10 t, 更换了节水龙头后每月用水约 9 t, 每月用水比原来节约了百分之几?
2. 填空:
 - (1) 为迎接运动会, 同学们做了 25 面黄旗, 30 面红旗, 做的红旗比黄旗多____面, 多____%;
 - (2) 育新中学图书馆有图书 1 500 册, 新风中学图书馆有图书 1 800 册, 育新中学的图书比新风中学的少____册, 少____%.
3. 我国 2005 年共有 1 556 个博物馆, 到 2010 年增加到 2 141 个. 2010 年博物馆的数量比 2005 年约增加了百分之几?

例 4 学校图书室原有图书 1 400 册, 今年图书册数增加了 12%. 今年图书室有多少册图书?

解法 1: $1\,400 \times 12\% = 168$ (册),
 $1\,400 + 168 = 1\,568$ (册).

答: 现在图书馆有 1 568 册图书.

解法 2: $1\,400 \times (1 + 12\%)$
 $= 1\,400 \times 112\%$
 $= 1\,568$ (册).

答: 现在图书室有 1 568 册图书.

练习

龙泉镇去年有中学生 1 400 人, 今年比去年减少了 0.5%. 今年有中学生多少人?

4.3.2 折扣

商店有时降价出售商品, 叫做打折扣销售, 俗称“打折”. 几折就表示十分之几, 也就是百分之几十. 例如, 打九折出售, 就是按原价的 90% 出售; 打八五折出售, 就是按原价的 85% 出售.

例 5 (1) 爸爸给小雨买了一辆自行车, 原价 180 元, 现在商店打八五

例 6 一家饭店 10 月份的营业额中应纳税的部分是 30 万元. 如果按应纳税部分的 3% 缴纳增值税, 这家饭店 10 月份应缴纳增值税多少万元?

解: $30 \times 3\% = 0.9$ (万元).

答: 10 月份应缴纳增值税 0.9 万元.

练习

李阿姨的月工资是 4 500 元, 扣除 3 500 元免税项目后的部分需要按 3% 的税率缴纳个人所得税, 她应缴个人所得税多少元?

4.3.4 利率

人们常常把暂时不用的钱存入银行储蓄起来. 储蓄不仅可以支援国家建设, 也使得个人钱财更安全和有计划, 还可以增加一些收入.

在银行存款的方式有多种, 如活期、整存整取、零存整取等. 存入银行的钱叫做**本金**; 取款时银行多支付的钱叫做**利息**; 单位时间 (如 1 年、1 月、1 日等) 内的利息与本金的比率叫做**利率**. 利息的计算公式是:

$$\text{利息} = \text{本金} \times \text{利率} \times \text{存期}.$$

根据国家经济的发展变化, 银行存款的利率有时会有所调整. 2015 年 10 月中国人民银行公布的存款利率如下表:

存期	三个月	半年	一年	二年	三年
年利率 (%)	1.10	1.30	1.50	2.10	2.75

例 7 2015 年 11 月, 王奶奶把 5 000 元钱存入银行, 存期为两年, 年利率为 2.10%. 到期时王奶奶可以取回多少钱?

分析: 到期时, 除了本金, 还应加上利息, 就是王奶奶可取回的钱.

解法 1:

$$5\,000 \times 2.10\% \times 2 = 210 \text{ (元)},$$

$$5\,000 + 210 = 5\,210 \text{ (元)}.$$

答: 到期时王奶奶可以取回 5 210 元.

解法 2:

$$5\,000 \times (1 + 2.10\% \times 2)$$

2. 六年级有两个班, 每班各派 6 名男生和 6 名女生参加拔河比赛. 六(1)班和六(2)班的学生总数分别是 42 人、40 人.
- (1) 六(1)班和六(2)班参加拔河比赛的人数分别占本班学生总数的百分之几?
- (2) 参加拔河比赛的人数占六年级学生总数的百分之几?
- (3) 你还能提出什么数学问题? 你能解答提出的问题吗?
3. 志强小学去年植树 650 棵, 植的树活了 634 棵, 成活率是多少?
4. 妈妈给奶奶汇 2 000 元钱, 邮局规定要交 1% 的汇费, 汇费是多少?
5. 向本班同学调查“遇到事情时, 你和谁讨论”, 将统计结果填入下表:

讨论对象	父母	老师	同学	其他人
人 数				
占调查总人数百分比/%				

6. 晓风的爸爸妈妈去买新家具, 他们选中了以下的家具, 打完折后, 分别应付多少钱?

周年店庆 家具一律 8 折



120 元



400 元



180 元



80 元

(第 6 题)

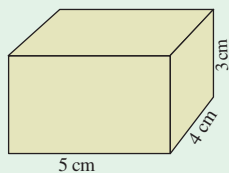
综合运用

7. 地球表面积约为 51 000 万平方千米, 陆地面积约为 14 950 万平方千米.
- (1) 陆地面积约占地球表面积的百分之几?
- (2) 海洋面积约占地球表面积的百分之几?
8. 百花中学有学生 480 人, 只有 5% 的学生没有参加意外事故保险. 参加保险的学生有多少人?
9. 城关一中和城关二中的男生人数分别占全校学生总数的 52% 和 54%. 城关一中有学生 800 人, 城关二中有学生 750 人, 哪个学校的男生多? 多多少人?
10. 女声合唱团共有 60 人, 分三个声部. 高声部有 30 人, 中声部有 18 人, 低声部有 12 人. 高声部的人数比中声部、低声部的人数分别多百分之几?

11. 书法比赛共收到参赛作品 125 幅, 一等奖 6 幅, 二等奖占参赛作品的 16% , 三等奖比二等奖多占参赛作品的 4% . 请你提出需要用百分数解决的问题, 并解答.
12. 童趣玩具店的玩具凭优惠卡可打八折. 陈冬用优惠卡买了一个玩具, 省了 9.6 元. 这个玩具原价多少钱?
13. 2015 年 11 月, 小东把平时积攒的 300 元钱存入银行, 定期三年, 年利率为 2.75% . 到期时, 他能取回多少钱?

拓广探索

14. 如图, 一个长方体木块的长、宽、高分别是 5 cm, 4 cm, 3 cm. 如果用它锯成一个最大的正方体, 体积要比原来减少百分之几?
15. 一种电脑原价为 7 600 元, 第一次降价 10% , 第二次又在降价的基础上降价 10% . 两次降价后电脑售价为多少钱?



(第 14 题)



阅读与思考

什么是“成数”?

农业收成, 经常用“成数”来表示. 例如, 报纸上写道: “今年我县油菜籽比去年增产二成”……

成数就是表示一个数是另一个数的十分之几的数. 几成就是十分之几. 例如, “一成”就是十分之一, 改写成百分数是 10% . “二成”就是十分之二, 改写成百分数是 () …… “三成五”是十分之三点五, 改写成百分数就是 35% .

现在, “成数”已经广泛应用于表示各行各业的发展变化情况. 例如: 进口车总量增加三成, 北京出游人数比去年增加二成……

某工厂去年用电 350 万千瓦时, 今年比去年节电二成五, 今年用电多少千瓦时?

4.4 扇形统计图

从条形统计图（图 4.4-1）中，我们可以清楚地看出六（1）班学生最喜欢各种运动项目的人数。

算一算喜欢每种运动项目的人数各占全班人数的百分比。

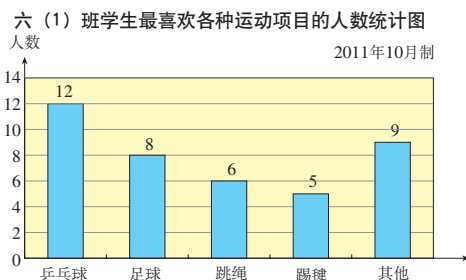


图 4.4-1



思考

图 4.4-1 能表示最喜欢每种运动项目的人数与全班总人数之间的关系吗？怎样才能更清楚、更直观地表示出这种关系呢？

扇形统计图可以清楚、直观地表示出各部分数量与总数之间的关系。

图 4.4-2 中用整个圆表示全班学生的人数，用圆内各个扇形表示最喜欢各种运动项目的人数。每个扇形占整个圆的百分比，与它所表示的人数占全班人数的百分比一致。

（1）最喜欢乒乓球的人数占全班人数的____%；

（2）你还能提出什么数学问题吗？

六（1）班学生最喜欢各种运动项目的人数统计图
2011年10月制

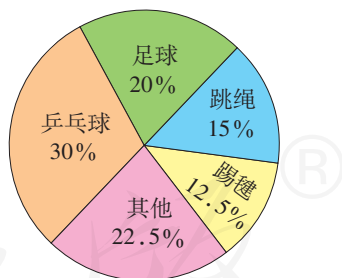
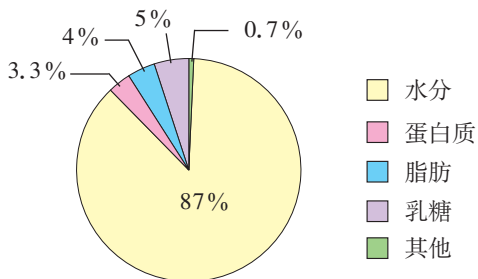


图 4.4-2

练习

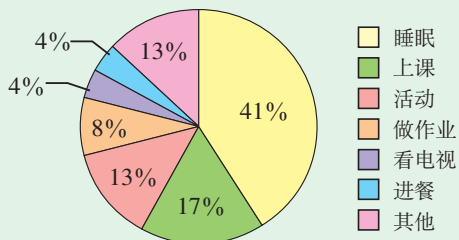
牛奶里含有丰富的营养成分，所含营养成分如图所示。每天喝一袋 250 克的牛奶，能补充的几种营养成分各多少克？



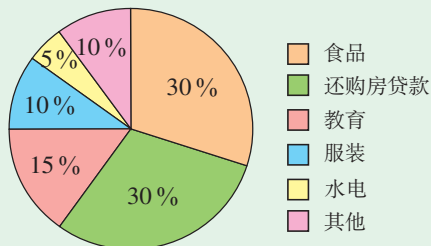
习题 4.4

复习巩固

- 李明每天的作息时间安排如图所示。
 - 你能得到哪些信息？
 - 你认为李明的作息时间安排得合理吗？
 - 你的作息时间与李明的有什么不同？



(第 1 题)

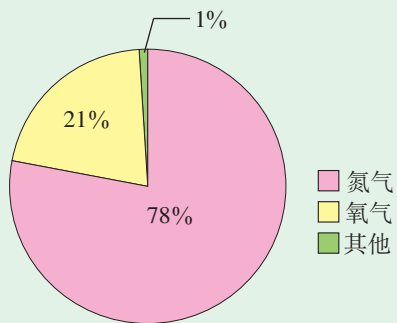


(第 2 题)

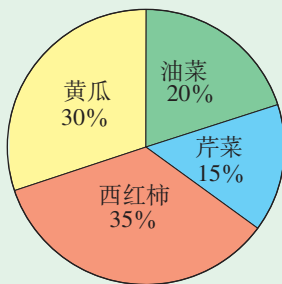
- 陈东家每月生活费支出计划如图所示。
 - 你能得到哪些信息？
 - 如果陈东家每月生活费支出 2 000 元，你能提出哪些问题？试着解决一下。

综合运用

- 空气的主要成分按照体积含量占总体积百分比情况如图所示。
 - 在 100 L 空气中含有多少氧气？
 - 估计一下，教室内大约有多少氧气？



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 一块 300 m^2 的菜地，4 种蔬菜的种植面积分布情况如图所示。

(1) 每种蔬菜的种植面积各是多少？

(2) 如果黄瓜和西红柿每平方米产量都是 8 kg ，一共能产多少黄瓜和西红柿？

拓广探索

5. 要表示下面几组数据，分别选用哪种统计图更合适？

(1) 绿荫中学 2007~2011 年树木总量变化情况统计表：

年份/年	2007	2008	2009	2010	2011
总量/棵	100	120	150	170	200

(2) 绿荫中学各种树木占树木总量的百分比情况统计表：

树 种	杨树	柳树	松树	槐树	其他
百分比/%	25	20	15	15	25

(3) 绿荫中学各种树木数量统计表：

树 种	杨树	柳树	松树	槐树	其他
数量/棵	50	40	30	30	50

6. 量一量第 4 题统计图中每个扇形圆心角的度数，想一想“度数”与“百分数”之间有什么关系。



其他形式的扇形统计图

扇形统计图还可以画成分离型扇形、圆柱形、分离型圆柱形等多种形式。例如，我国人口最多的5个省的人口数量占全国的百分比情况可表示成以下的形式（图1）：

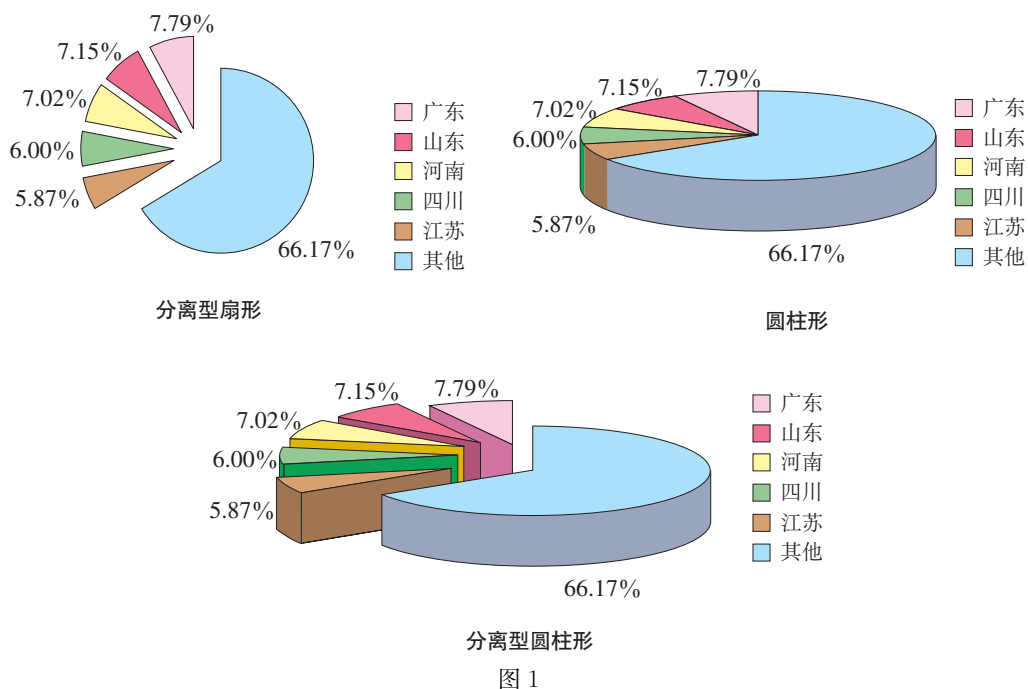


图 1

你从书报中看到过什么样的扇形统计图？课余时间查找一下，想一想图中各数据表示的意思。



数学活动

活动1

收集一些生活中的百分数，说明它们的含义。

活动2

调查本班同学的上学方式，统计出采用不同方式上学的人数，再计算出不同上学方式的人数占全班总人数的百分比。

活动3

调查生活中常缴纳的一些税，给家人讲一讲依法纳税的意义。

活动4

去附近的银行调查最新的利率，并与第 80 页的利率表进行对比，了解国家调整利率的原因。

活动5

李阿姨准备给儿子存 2 万元，供他六年后上大学。银行给李阿姨提供了三种类型的理财方式：普通储蓄存款、购买国债和购买理财产品，已知下面一些信息：

(1) 普通储蓄存款利率（2015 年 10 月 24 日）：

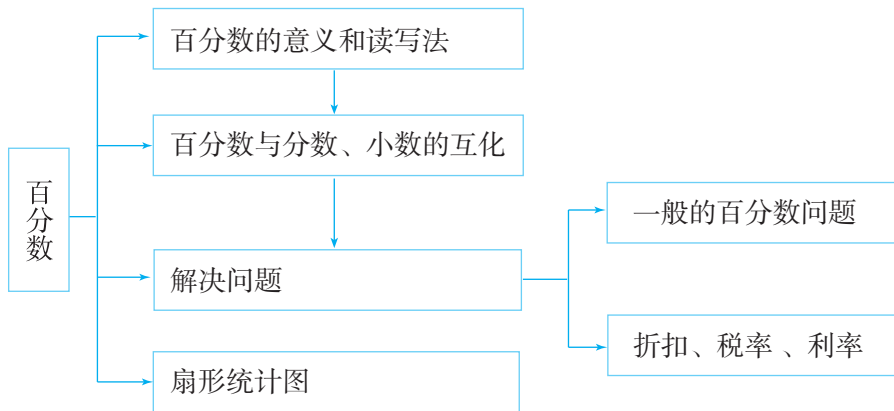
整存整取	存期	年利率/%	零整存 存存本 整零取 取取息	存期	年利率/%
	三个月	1.10		一年	1.10
	六个月	1.30			
	一年	1.50			
	二年	2.10		三年	1.30
	三年	2.75			
活期利率				0.35	

(2) 国债有一年期、三年期和五年期等，理财产品种类繁多，利率不一。

请你先调查一下国债和理财产品的利率，然后帮李阿姨设计一个合理的存款方案，使六年后的收益最大。

小 结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

百分数在实际生活中有广泛的应用，如增长率、合格率、利率等。

百分数实际上就是表示一个数是另一个数的百分之几的数，因此，它与分数有密切的关系，也可说百分数是一种比较特殊的分数，“特殊”主要体现在以下两点：一是分母必须为 100，分子不一定是整数；二是它仅表示两个数量的“比”的关系，不用于表示具体数量的大小。所以，与百分数相关的实际问题都可以转化为学过的分数问题来解决。

扇形统计图利用各部分数量占总数量的百分比来表示和呈现统计数据，对认识局部与整体的数量关系十分重要。学习时，应结合已学过的统计图来加深对扇形统计图作用的理解。

请你带着下面的问题，复习一下全章的内容吧。

1. 百分数在生产、工作和生活中有哪些应用？百分数和分数的含义有什么不同？
2. 举例说明：在实际应用中，什么情况下最多能达到 100%？什么情况下达不到 100%？什么情况下能超过 100%？
3. 百分数与分数、小数怎样互化呢？
4. 怎样解决含百分数的实际问题呢？你能说说解决百分数问题与解决分数问题的联系吗？
5. 扇形统计图有哪些特点和作用？它与条形统计图、折线统计图有什么联系和区别？

复习题 4

复习巩固

1. 填表, 使每行三个数相等.

小数	分数	百分数
0.45		
	$\frac{17}{20}$	
		125%

2. 记录一周的天气情况, 完成下表.

天气状况	天数	占调查天数的百分比/%
晴 		
多云 		
阴 		
雨或雪  或 		

3. 取小麦 500 g, 烘干后小麦重 428 g. 计算这种小麦的烘干率和含水率.

$$\text{烘干率} = \frac{\text{烘干后的质量}}{\text{烘前的质量}} \times 100\%; \quad \text{含水率} = \frac{\text{烘前的质量} - \text{烘干后的质量}}{\text{烘前的质量}} \times 100\%.$$

4. 李平家用 600 kg 稻谷碾出 450 kg 大米. 他家稻谷的出米率是多少?

5. 根据第 6 次全国人口普查, 我国人口总数约为 13.7 亿人, 其中城镇人口约为 6.7 亿人, 农村人口占全国人口总数的百分之几?

6. 某市中小学校开展回收废纸活动, 共回收废纸 87.5 t. 用废纸生产再生纸的再生率为 80%, 这些回收的废纸能生产多少吨再生纸?

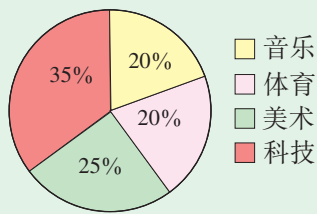
7. (1) 在北纬 70° 以上的一些地方, 一年连续约有 2 个月的时间没有夜晚, 没有夜晚的时间占全年的 _____ %;

(2) 由于纬度比较高, 瑞典首都斯德哥尔摩 7 月份的每天平均日照时间大约是一天的 75%, 有 _____ 小时.



(第 7 题)

8. 以前陈平乘火车去奶奶家要用 16 小时, 现在火车提速了, 10 小时就能到达. 现在乘火车去奶奶家的时间比原来节省了百分之几?
9. 2010 年我国农村居民人均纯收入为 5 919 元, 2009 年为 5 153 元. 2010 年比 2009 年增长百分之几?
10. 学校的女子跳高纪录是 1.2 m, 王芳跳了 1.25 m. 王芳的成绩比学校纪录高百分之几?
11. 2015 年赵叔叔购买“中国邮政贺卡有奖明信片”获得一等奖, 奖金是 5 000 元, 根据税法规定他应按照 20% 的税率缴纳个人所得税.
赵叔叔实际可以获得奖金多少元?
12. 某中学六年级共有学生 200 人, 参加课外活动小组情况如图所示 (每人只参加一项).
- (1) 参加科技小组的学生有 _____ 人;
- (2) 参加美术小组的比参加体育小组的学生多多少人?



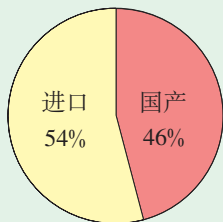
(第 12 题)

综合运用

13. 滨海中学对学生吃早餐的情况进行了调查, 结果如下表, 填出表中未填的数据.

	人 数	占学校总人数百分比/%
能保证每天吃早餐	391	85
不能保证每天吃早餐		

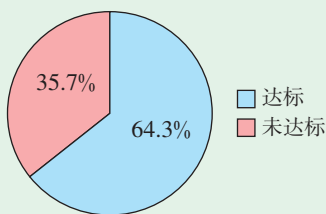
14. 小明统计了自己的储蓄罐里有 125 枚硬币, 其中 1 元的硬币占 44%, 5 角的硬币占 20%, 1 角的硬币占 36%. 储蓄罐里共有多少钱?
15. 张阿姨录入一篇 4 500 字的文章, 已经录入了全文的 40%. 还剩多少字没有录入?
16. 文化宫电影院正在播放一部新电影, 每张票价 20 元. 丁丁和父母拿着优惠卡去买票, 每张票打八五折, 买三张票共花多少钱?
17. 王叔叔 2015 年 11 月买了 5 000 元五年期国债, 年利率为 4.42%. 到期时, 王叔叔可以取回多少钱?
18. 近年来, 我国石油进口量占全部石油消费量的比重在逐年递增. 2010 年我国石油进口量占石油总消费量的百分比如图所示.
- (1) 石油进口量大约是 2.39 亿吨, 总消费量是多少?
- (2) 国产石油多少亿吨?



(第 18 题)

拓展探索

19. 六(1)班的同学订阅了三种刊物,其中80%的人订了《中学生作文》,75%的人订了《小灵通》,60%的人订了《中学生》.这三种杂志都订阅的同学最多能占全班的百分之几?
20. 新兴商场进了两批电吹风,售价都是500元.同进价比,第一批赚了25%,第二批赔了25%.那么新兴商场赚钱了吗?
21. 李叔叔准备从自己的经营所得款中拿出1万元存入银行,每年把利息捐给“希望工程”支援贫困的失学儿童.如果请你为他设计储蓄方式,你准备怎样设计?为什么?
22. 我国城市空气质量正逐步提高,在2021年监测的339个城市中,环境空气质量达标的城市占64.3%.监测城市的空气质量情况如图所示.
- (1) 环境空气质量达标的城市有多少个?
- (2) 了解所在城市的空气质量,想想如何提高空气质量.



(第22题)

人教版®

第五章 圆柱与圆锥

圆柱与圆锥是基本的立体图形。从精密的机器零件到威力巨大的导弹，从普通的生活用品到气势恢弘的建筑，圆柱与圆锥是人们在生产、生活中经常遇到的形体。

你能在下图中找出圆柱与圆锥吗？它们与以前学过的立体图形有什么不同吗？一个圆柱形物体的表面积和体积应该怎样计算呢？圆锥的体积与圆柱的体积有什么关系呢？

通过本章的学习，我们将对上述问题进行探索与解答。



5.1 圆柱

5.1.1 圆柱的认识

正方体和长方体都是由平面围成的立体图形. 现在, 我们再来研究一种立体图形——圆柱.

图 5.1-1 中这些物体的形状有什么共同特点?

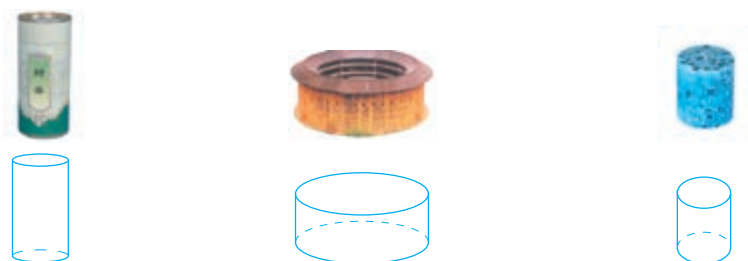


图 5.1-1

图 5.1-1 中这些物体的形状都是圆柱体, 简称**圆柱** (circular cylinder).

你还见过哪些圆柱形的物体?

观察一个圆柱形的物体, 看一看它是由哪几部分组成的, 有什么特征.

如图 5.1-2, 圆柱的上、下两个面叫做**底面**. 它们是完全相同的两个圆.

圆柱周围的面 (上、下底面除外) 是一个曲面, 叫做**侧面**.

圆柱两个底面之间的距离叫做**高**.

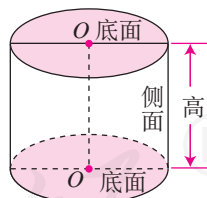


图 5.1-2



思考

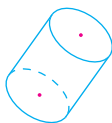
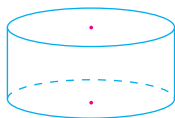
如图 5.1-3 所示, 把一张长方形的硬纸贴在木棒上, 快速转动木棒, 看看转出来的是什么形状.



图 5.1-3

练习

指出下面圆柱的底面、侧面和高。



把罐头盒的商标纸如图 5.1-4 所示那样剪开，再展开。看一看圆柱的侧面展开后是什么形状。



把一张长方形的纸横着或竖着卷起来，看看可以卷成什么形状。

图 5.1-4



思考

圆柱侧面展开后得到的长方形的长、宽与圆柱有什么关系？

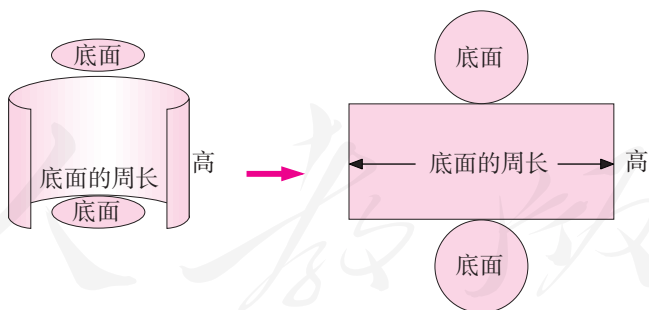
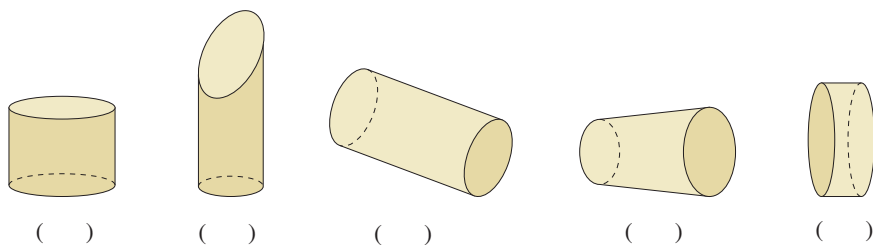


图 5.1-5

由图 5.1-5 可以看出，长方形的长等于圆柱底面的周长，宽等于圆柱的高。

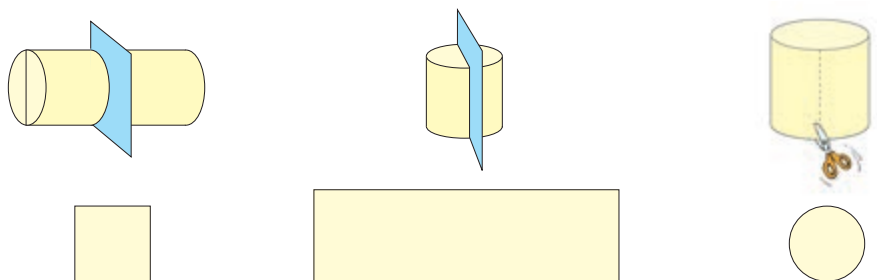
练习

1. 下面的图形哪些是圆柱？在下面的（ ）里画“√”。



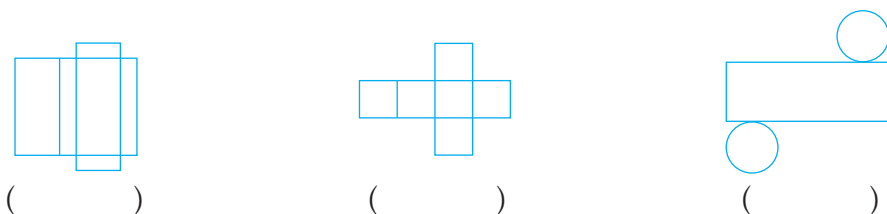
(第1题)

2. 如图，切完后的截面或剪完后展开的侧面分别是什么形状？连一连。



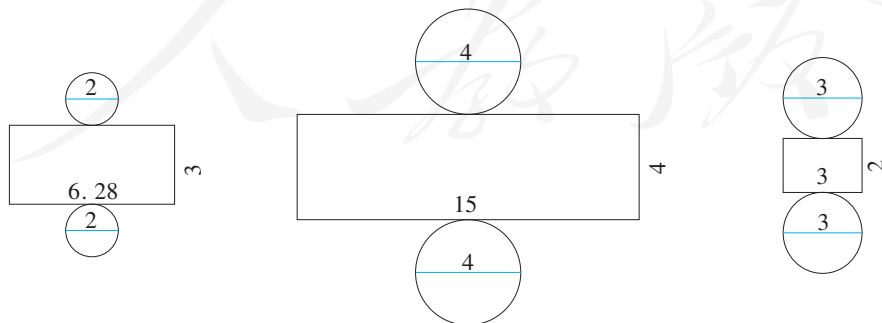
(第2题)

3. 折一折，想一想，能得到什么图形，写在（ ）里。



(第3题)

4. 下面哪个图形是圆柱的展开图（单位：cm）？



(第4题)

5.1.2 圆柱的表面积

圆柱的表面积指的是什么？怎样计算呢？

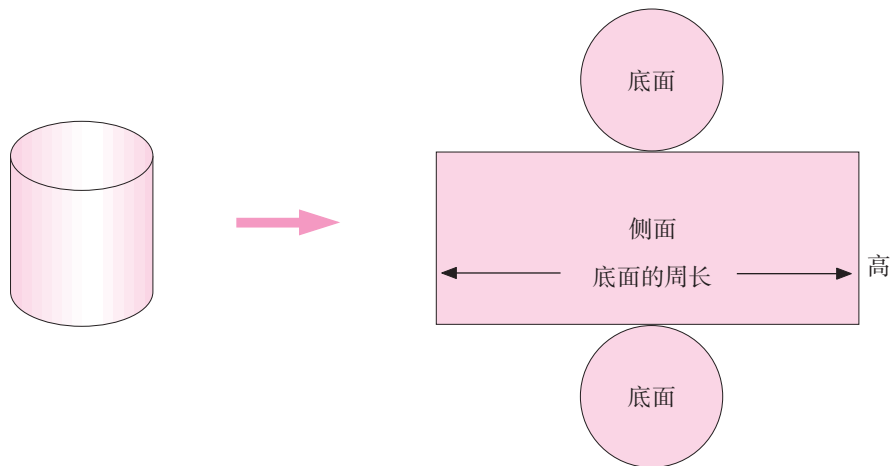


图 5.1-6

由圆柱的展开图（图 5.1-6）可以得到：

圆柱的表面积 = 圆柱的侧面积 + 两个底面的面积。

如何计算圆柱的侧面积呢？实际上就是求图 5.1-6 中长方形的面积。

圆柱的侧面积 = 底面周长 × 高。

例 1 一顶圆柱形厨师帽，高 28 cm，帽顶直径 20 cm，做这样一顶帽子需要用多少平方厘米的面料？（得数保留整十数。）

分析：求需要用多少面料，就是求帽子的侧面积和帽顶面积的和。

解：帽子的侧面积：

$$3.14 \times 20 \times 28 = 1\,758.4 (\text{cm}^2);$$

帽顶的面积：

$$3.14 \times (20 \div 2)^2 = 314 (\text{cm}^2);$$

需要用的面料：

$$1\,758.4 + 314 = 2\,072.4 \approx 2\,080 (\text{cm}^2).$$

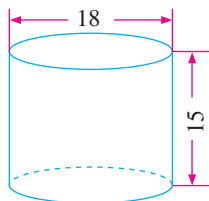
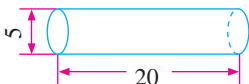
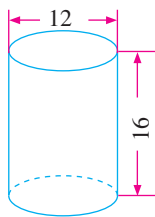
答：做这样一顶帽子需要用 $2\,080 \text{ cm}^2$ 的面料。

练习

1. 求下面各圆柱的侧面积.

(1) 底面周长是 1.6 m, 高 0.7 m; (2) 底面半径是 3.2 dm, 高 5 dm.

2. 计算下面各圆柱的表面积 (图中长度单位: cm).

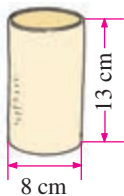


(第 2 题)

3. 一个圆柱的侧面积是 188.4 dm^2 , 底面半径是 2 dm. 它的高是多少?

4. 找一个圆柱形的实物, 量出有关数据, 计算它的表面积. (得数保留一位小数.)

5. 小亚做了一个笔筒, 她想给笔筒的侧面和底面贴上彩纸, 至少需要用多少彩纸?



(第 5 题)

5.1.3 圆柱的体积

我们会计算长方体和正方体的体积, 能不能将圆柱转化成我们学过的立体图形, 计算出它的体积呢?

如图 5.1-7, 把圆柱的底面分成许多相等的扇形, 然后把圆柱切开, 再拼起来, 就能得到一个近似的长方体. 分成的扇形越多, 拼成的立体图形就越接近于长方体.

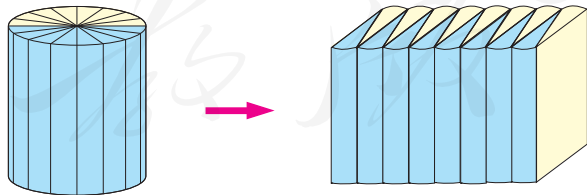


图 5.1-7



思考

拼成的长方体与原来的圆柱有什么关系？

这个长方体的底面积等于圆柱的_____，

高等于圆柱的_____。

由长方体的体积等于底面积乘高可以得到：

圆柱的体积 = 底面积 × 高。

$$V = S h$$

圆柱的体积计算公式是：

$$V = Sh .$$

如果知道圆柱的底面半径 r 和高 h ，你能写出圆柱的体积公式吗？

例 2 图 5.1-8 中的杯子能不能装下这袋牛奶？（杯子的数据是从里面测量得到的。）



498 mL

图 5.1-8

分析：要回答这个问题，先要计算出杯子的容积。

解：杯子的底面积：
$$\begin{aligned} & 3.14 \times (8 \div 2)^2 \\ &= 3.14 \times 4^2 \\ &= 3.14 \times 16 \\ &= 50.24(\text{cm}^2); \end{aligned}$$

杯子的容积：
$$\begin{aligned} & 50.24 \times 10 \\ &= 502.4(\text{cm}^3) \\ &= 502.4(\text{mL}). \end{aligned}$$

答：502.4 大于 498，所以杯子能装下这袋牛奶。

练习

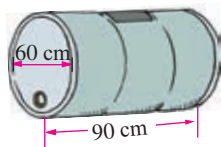
1. 填表:

底面积/ m^2	高/ m	圆柱的体积/ m^3
7	3	
5.6	4	

2. 一根圆柱形材料, 底面积为 75 cm^2 , 长 90 cm , 它的体积是多少?

3. 如图, 这个圆柱形水桶可以装多少水?

4. 两个底面积相等的圆柱, 一个高为 4.5 dm , 体积为 81 dm^3 . 另一个高为 3 dm , 它的体积是多少?

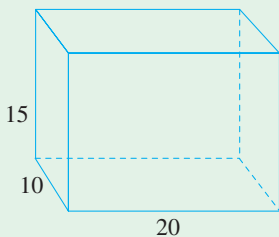
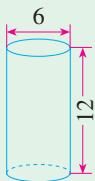


(第3题)

习题 5.1

复习巩固

1. 求下面各图形的表面积和体积 (图中长度单位: cm).



(第1题)

2. 一个圆柱的体积是 80 cm^3 , 底面积是 16 cm^2 . 它的高是多少?

综合运用

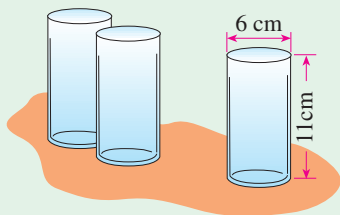
3. 某种饮料罐的形状为圆柱形, 底面直径为 6 cm , 高为 12 cm . 将 24 罐这种饮料按如图所示的方式放入箱内, 这个箱子的长、宽、高至少是多少厘米?

4. 一台压路机的前轮是圆柱形, 轮宽 2 m , 直径 1.6 m . 前轮转动一周, 压路的面积是多少平方米?



(第3题)

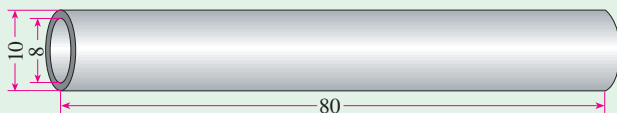
5. 学校建了两个同样大小的圆柱形花坛. 花坛的底面内直径为 3 m, 高为 0.8 m. 如果里面填土的高度是 0.5 m, 两个花坛中共需要填土多少立方米?
6. 一个圆柱形粮囤, 从里面量得底面半径是 1.5 m, 高 2 m. 如果每立方米玉米约重 700 kg, 这个粮囤能装多少吨玉米?
7. 明明家里来了两位小客人, 妈妈冲了 1 000 mL 果汁. 如果用图中的玻璃杯装果汁, 明明和客人每人能得到一杯吗?



(第 7 题)

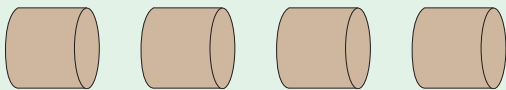
拓广探索

8. 如图, 求这根钢管所用钢材的体积 (图中长度单位: cm).

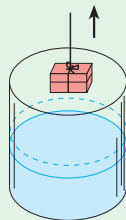


(第 8 题)

9. 一根圆柱形木料的底面半径是 0.3 m, 长是 2 m. 如图所示, 将它截成 4 段, 这些木料的表面积比原木料增加了多少平方米?



(第 9 题)



(第 10 题)

10. 如图, 一个圆柱形玻璃容器的底面直径是 10 cm. 把一块铁块从这个容器的水中取出后, 水面下降 2 cm. 这块铁块的体积是多少?

圆柱容球

古希腊著名的数学家阿基米德（Archimedes）是历史上最杰出的数学家之一，按照他生前的遗愿，人们在他的墓碑上刻了一个“圆柱容球”的几何图形．为什么阿基米德希望在自己的墓碑上刻圆柱容球的图形呢？这是因为在他众多的科学发现当中，以圆柱容球定理最为得意．

如图 1，圆柱容球就是把一个球放在一个圆柱形容器中，盖上容器上盖后，球恰好与圆柱的上、下底面及侧面紧密相触．

如图 1，当圆柱容球时，球的直径与圆柱的高和底面直径相等．假设圆柱的底面半径为 r ，那么圆柱的体积 $V_{\text{柱}} = \pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$ ．阿基米德运用“平衡法”和穷竭法发现并证明了球的体积公式是 $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3$ ，所以 $V_{\text{球}} = \frac{2}{3}V_{\text{柱}}$ ，即当圆柱容球时，球的体积正好是圆柱体积的三分之二．

阿基米德还发现，当圆柱容球时，球的表面积也是圆柱表面积的三分之二．

如果球的表面积为 $S_{\text{球}} = 4\pi r^2$ ，你能求出圆柱的表面积，并验证“球的表面积也是圆柱表面积的三分之二”这一结论吗？

圆柱容球中涉及到的球的体积和表面积的公式同学们可能觉得比较陌生，我们今后会学习这些知识．

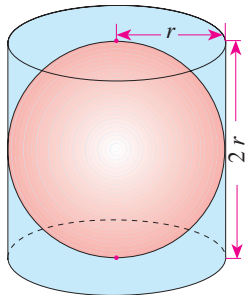


图 1

人教版®

5.2 圆锥

5.2.1 圆锥的认识

图 5.2-1 中这些物体的形状有什么共同的特点？



图 5.2-1

图 5.2-1 中这些物体的形状都是圆锥体，简称**圆锥** (circular cone).

你还见过哪些圆锥形的物体？

拿一个圆锥形的物体，观察它有哪些特征.

如图 5.2-2，圆锥的底面是个圆，侧面是一个曲面. 从圆锥的顶点到底面圆心的距离是圆锥的高.

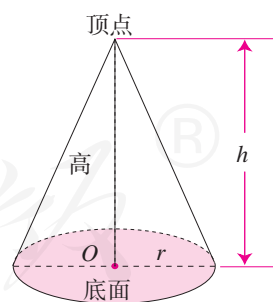


图 5.2-2



探究

如何测量圆锥的高？拿一个圆锥形物体，试着测量它的高.

如图 5.2-3 所示，可以测量出圆锥的高。

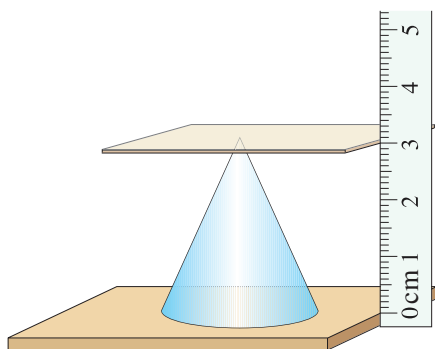


图 5.2-3

测量时，圆锥的底面要放平；上面的平板要水平地放在圆锥的顶点上面。



思考

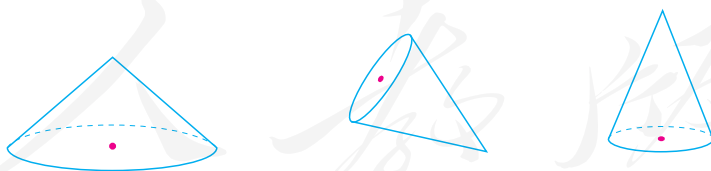
如图 5.2-4 所示，把一张直角三角形的硬纸贴在木棒上，快速转动木棒，看看转出来的是什么形状。



图 5.2-4

练习

指出下面圆锥的底面、侧面和高。



5.2.2 圆锥的体积

如何计算圆锥的体积？它与圆柱的体积有没有关系呢？

探究

(1) 准备一组等底、等高的圆柱和圆锥形容器 (图 5.2-5).

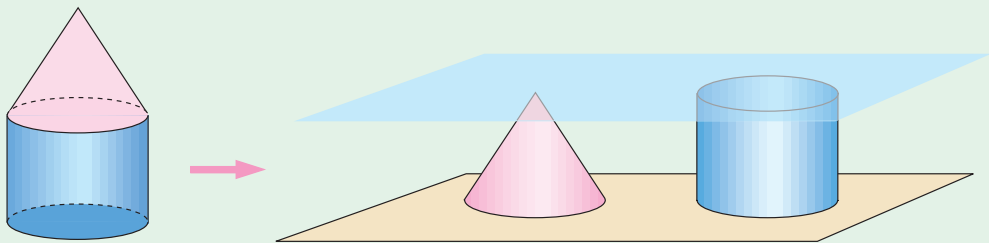


图 5.2-5

(2) 往空圆锥里装满沙土或水, 倒入空圆柱里, 看看像这样倒几次正好装满圆柱。把圆柱里装满沙土或水, 倒入空圆锥里, 看看倒满圆锥几次后, 正好把圆柱里的沙土或水倒完?

(3) 你发现圆锥的体积与同它等底、等高的圆柱的体积之间的关系了吗?

通过探究, 可以看出圆锥的体积 V 等于和它等底等高的圆柱体积的三分之一, 即

$$V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} V_{\text{圆柱}} = \frac{1}{3} Sh.$$

例 工地上有一堆沙子, 近似于一个圆锥 (图 5.2-6). 这堆沙子的体积大约是多少? (得数保留两位小数.)

解: 沙堆底面积:

$$3.14 \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 3.14 \times 4 = 12.56 \text{ (m}^2\text{)};$$

沙堆的体积:

$$\frac{1}{3} \times 12.56 \times 1.2 = 5.024 \approx 5.02 \text{ (m}^3\text{)}.$$

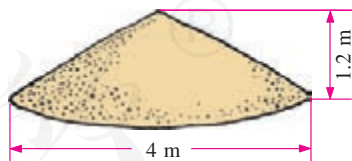


图 5.2-6

答: 这堆沙子的体积大约是 5.02 m^3 .

练习

一个圆锥形的零件，底面积是 19 cm^2 ，高是 12 cm 。这个零件的体积是多少？

习题 5.2

复习巩固

1. 填表：

图形名称	已知条件	侧面积	表面积	体积
圆 柱	底面半径 6 cm ，高 7 cm			
圆 锥	底面积 7.8 cm^2 ，高 1.8 cm	—	—	
圆 锥	底面直径 6 dm ，高 6 dm	—	—	

2. 判断下列说法是否正确。

(1) 圆锥的体积等于圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ 。 ()

(2) 圆柱的体积大于与它等底等高的圆锥的体积。 ()

(3) 圆锥的高是圆柱的高的 3 倍，它们的体积一定相等。 ()

3. (1) 一个圆柱的体积是 75.36 m^3 ，与它等底等高的圆锥的体积是 () m^3 ；

(2) 一个圆锥的体积是 141.3 cm^3 ，与它等底等高的圆柱的体积是 () cm^3 。

4. 找一个圆锥形的物体，你能想办法算出它的体积吗？说说测量和计算的方法。

5. 一个圆锥的底面周长是 31.4 cm ，高是 9 cm 。它的体积是多少？

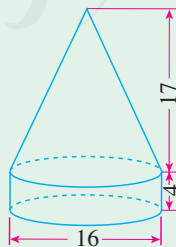
综合运用

6. 一堆煤成圆锥形，底面半径是 1.5 m ，高是 1.1 m 。这堆煤的体积是多少？如果每立方米的煤约重 1.4 t ，这堆煤约有多少吨？（得数保留整数吨。）

7. 打谷场上，有一个近似于圆锥的小麦堆，测得底面直径是 4 m ，如果每立方米小麦约重 750 kg ，这堆小麦大约有 18.84 t 。这堆小麦的高是多少米？

拓广探索

8. 求图中所示立体图形的体积（图中长度单位：cm）。



（第 8 题）



数学活动

活动1

在一张硬纸板上画出一个底面直径和高都是 12 cm 的圆柱展开图，然后把这个展开图折叠起来，做一个圆柱模型。算一算做这个模型至少要用多少硬纸板。

活动2

在一张硬纸板上画出下面的图样（图 1），做一个圆锥模型。量一量这个圆锥模型的底面直径和高，计算它的体积。

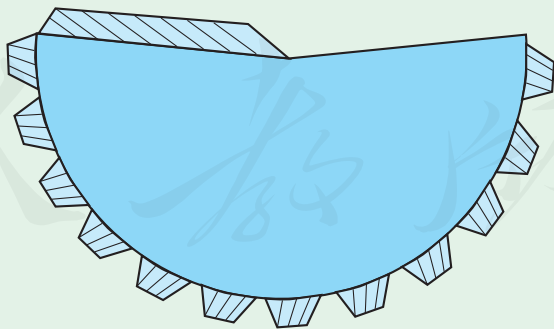
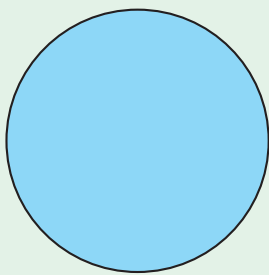
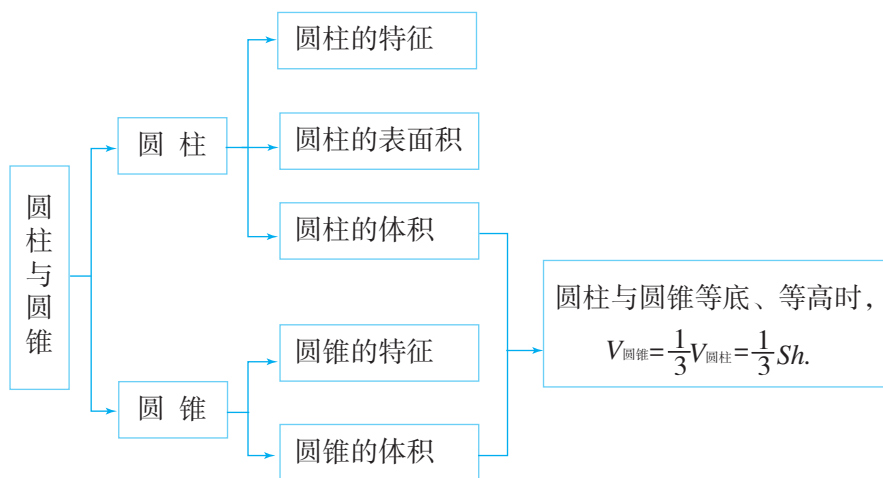


图 1

小 结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

圆柱和圆锥是人们在日常生产和生活中经常遇到的空间几何体. 本章通过生活中具有圆柱和圆锥特征的实物直观引出圆柱和圆锥, 为应用几何知识解决简单的实际问题和进一步学习立体几何打下基础.

圆柱是由圆和曲面围成的立体图形. 求圆柱的表面积就是求上下两个圆的面积和侧面展开图的面积的和; 通过把圆柱转化成长方体, 推导出了圆柱的体积计算公式. 与长方体的体积公式相似, 可以用底面积乘高来计算圆柱的体积.

圆锥也是由圆和曲面围成的立体图形. 通过实验发现圆锥的体积等于与它等底等高的圆柱体积的三分之一.

以上这些知识的学习, 利用了转化的思想方法, 就是想办法把新知识转化成学过的知识来解决, 转化的思想是非常重要的思想方法.

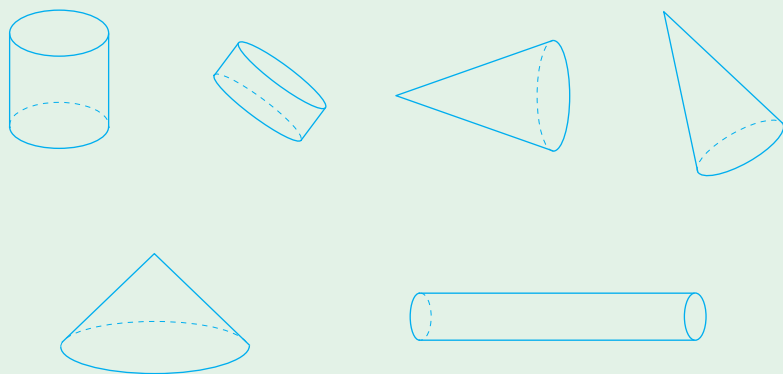
请你带着下面的问题, 复习一下全章的内容吧.

1. 通过学习本章, 你对圆柱与圆锥有哪些认识? 举例说明生活中见过的圆柱、圆锥形物体.
2. 圆柱的侧面展开图与圆柱的底面周长和圆柱的高有什么关系?
3. 你能说一说如何通过转化的思想求出圆柱的体积吗?

复习题 5

复习巩固

1. 将下面图形分类, 说说每类图形的名称和特征.

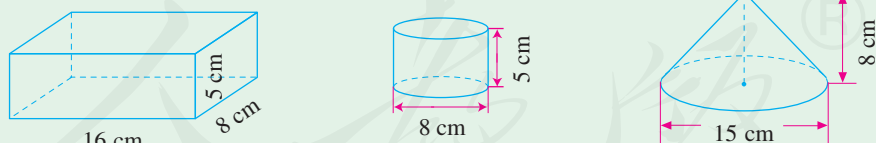


(第 1 题)

2. 填表:

图形名称	半 径	直 径	高	表面积	体 积
圆 柱	5 dm		4 dm		
		2 m	0.7 m		
	20 cm		5 cm		
圆 锥		4 dm	2.4 dm	—	
	0.5 m		4.5 m	—	

3. 计算下面各图形的体积.

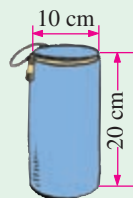


(第 3 题)

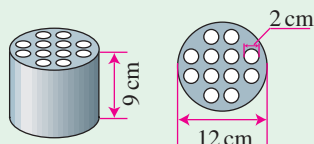
综合运用

4. 修建一个圆柱形的沼气池, 底面直径是 3 m, 深 2 m. 在池的侧面与下底面抹上水泥, 抹水泥部分的面积是多少?

5. 如图, 妈妈给小明的水杯做了一个布套, 至少用了多少布料? 这个水杯大约能装多少升水? (水杯的厚度忽略不计.)
6. 如图, 一块蜂窝煤大约需要用煤多少立方分米? (得数保留整数.)
7. 一个圆锥形沙堆, 底面积是 28.26 m^2 , 高 2.5 m . 用这堆沙在 10 m 宽的公路上铺 2 cm 厚的路面, 能铺多长?



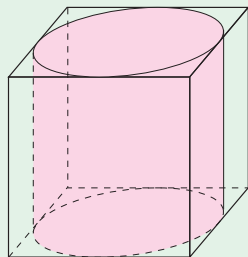
(第 5 题)



(第 6 题)

拓广探索

8. 如图, 有一块正方体的木料, 它的棱长是 4 dm . 把这块木料加工成一个最大的圆柱, 这个圆柱的体积是多少?
9. 在一个圆柱形水桶里, 垂直放入一段半径是 3 cm 的圆柱形钢材. 如果把钢材全部浸入水中, 桶里的水面上升 10 cm ; 如果再把钢材垂直露出水面 6 cm , 桶里的水面下降 4 cm . 整段钢材的体积是多少?



(第 8 题)

人教版®

第六章 比例

你知道下图中的“比例尺 1 : 36 000 000”表示什么意思吗？你知道照相时人物和风景为什么不会变形吗？你知道怎样利用树的影子测量树的高度吗？……实际上，这些都是比例的实际应用。那么，什么是比例？比例的基本性质是什么？怎样解比例？什么是正比例关系和反比例关系？这些都是本章要研究的问题。

比例的内容与比、方程的知识关系密切。因此，在学习本章之前，对这两部分知识进行适当的复习是很有必要的。

比例在日常生活中有着广泛的应用。通过本章的学习，你可以利用比例的有关知识解决许多实际问题。



6.1 比例的意义和基本性质

6.1.1 比例的意义



国旗长 5 m, 宽 $\frac{10}{3}$ m.



国旗长 2.4 m, 宽 1.6 m.



国旗长 60 cm, 宽 40 cm.

图 6.1-1

问题 图 6.1-1 中操场上和教室里的两面国旗长和宽的比值有什么关系?

操场上的国旗: $2.4 : 1.6 = \frac{3}{2}$;

教室里的国旗: $60 : 40 = \frac{3}{2}$.

因此, $2.4 : 1.6 = 60 : 40$, 也可以写成

$$\frac{2.4}{1.6} = \frac{60}{40}.$$

像这样表示两个比相等的式子叫做**比例** (proportion).

在图 6.1-1 的三面国旗的尺寸中, 还有哪些比可以组成比例?

练习

1. 下面哪组中的两个比可以组成比例? 把组成的比例写出来.

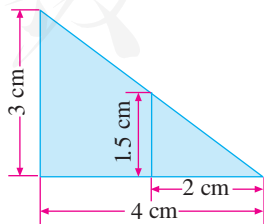
(1) $6 : 10$ 和 $9 : 15$;

(2) $20 : 5$ 和 $1 : 4$;

(3) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 和 $6 : 4$;

(4) $0.6 : 0.2$ 和 $\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$.

2. 用图中的 4 个数据可以组成多少个比例?



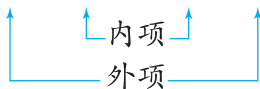
(第 2 题)

6.1.2 比例的基本性质

组成比例的四个数，叫做比例的**项**。两端的两项叫做比例的**外项**，中间的两项叫做比例的**内项**。

例如：

$$2.4 : 1.6 = 60 : 40.$$



两个外项的积是 $2.4 \times 40 =$ _____，

两个内项的积是 $1.6 \times 60 =$ _____。

如果把比例改成分数形式，等号两边的分子和分母分别交叉相乘，所得的积有什么关系？

$$\frac{2.4}{1.6} = \frac{60}{40} \quad \rightarrow \quad 2.4 \times 40 \bigcirc 1.6 \times 60.$$



归纳

在比例里，两个外项的积等于两个内项的积。这叫做**比例的基本性质**。

练习

应用比例的基本性质，判断下面哪组中的两个比可以组成比例。

(1) $6 : 3$ 和 $8 : 5$ ；

(2) $0.2 : 2.5$ 和 $4 : 50$ ；

(3) $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ ；

(4) $1.2 : \frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5} : 5$ 。

6.1.3 解比例

根据比例的基本性质，如果已知比例中的任何三项，就可以求出这个比例中的另外一个未知项。求比例中的未知项，叫做**解比例**。

例 1 法国巴黎的埃菲尔铁塔（图 6.1-2）高 320 m。北京的世界公园里有一座埃菲尔铁塔的模型，它的高度与原塔高度的比是 $1 : 10$ 。这座模型高多少米？

解：设这座模型的高度是 x m.

$$x : 320 = 1 : 10,$$

$$10x = 320 \times 1,$$

$$x = \frac{320 \times 1}{10},$$

$$x = 32.$$

答：这座模型高 32 m.

例 2 解比例 $\frac{1.5}{2.5} = \frac{6}{x}$.

解： $1.5x = 2.5 \times 6$,

$$x = \frac{(\quad) \times (\quad)}{(\quad)},$$

$$x = (\quad).$$

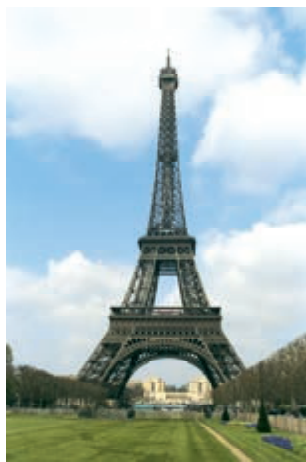


图 6.1-2

练习

解比例：

(1) $x : 10 = \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$;

(2) $0.4 : x = 1.2 : 2$;

(3) $\frac{12}{2.4} = \frac{3}{x}$.

习题 6.1

复习巩固

1. 下面各表中相对应的两个量的比能否组成比例？如果能，把组成的比例写出来.

年龄/岁	12	14
身高/m	1.4	1.6

箱子数量/个	2	8
质 量/kg	30	120

时间/时	2	3
路程/km	30	40

衣服数量/件	5	10
总 价/元	100	200

2. 哪组中的四个数可以组成比例？把组成的比例写出来.

(1) 4, 5, 12 和 15;

(2) 2, 3, 4 和 5;

(3) 1.6, 6.4, 2 和 5;

(4) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{1}{4}$.

3. 写出比值是 5 的两个比, 并组成比例.
4. 李叔叔承包了两块水稻田, 面积分别为 0.5 公顷和 0.8 公顷. 秋收时, 两块水稻田的产量分别为 3.75 t 和 6 t.
 - (1) 两块水稻田的产量与面积之比, 是否可以组成比例?
 - (2) 如果可以组成比例, 指出比例的内项和外项.
5. 应用比例的基本性质, 判断下面哪组中的两个比可以组成比例.
 - (1) $6:9$ 和 $9:12$;
 - (2) $1.4:2$ 和 $28:40$;
 - (3) $\frac{1}{2}:\frac{1}{5}$ 和 $\frac{5}{8}:\frac{1}{4}$;
 - (4) $7.5:1.3$ 和 $5.7:3.1$.
6. 医生给小红测了一下心率, 45 秒跳 54 次. 请问 1 分钟是不是跳 72 次?
7. 解比例:
 - (1) $\frac{1}{2}:\frac{1}{5}=\frac{1}{4}:x$;
 - (2) $0.8:4=x:8$;
 - (3) $\frac{3}{4}:x=3:12$;
 - (4) $\frac{36}{x}=\frac{54}{3}$;
 - (5) $\frac{2}{9}=\frac{8}{x}$;
 - (6) $1.25:0.25=x:1.6$.

综合运用

8. 汽车厂按 $1:24$ 的比生产了一批汽车模型.
 - (1) 轿车模型长 24.92 cm, 轿车的实际长度是多少?
 - (2) 公共汽车长 11.76 m, 模型车的长度是多少?
9. 博物馆展出了一个高为 19.6 cm 的秦代将军俑模型, 它的高度与实际高度的比是 $1:10$. 这个将军俑的实际高度是多少?
10. 按照下面的条件列出比例, 并且解比例.
 - (1) 5 与 8 的比等于 40 与 x 的比;
 - (2) x 与 $\frac{3}{4}$ 的比等于 $\frac{1}{5}$ 与 $\frac{2}{5}$ 的比;
 - (3) 等号左端的比是 $1.5:x$, 等号右端比的前项和后项分别是 3.6 和 4.8;
 - (4) 比例的两个内项分别是 2 和 5, 两个外项分别是 x 和 2.5.
11. 妈妈按消毒液与水的比是 $1:150$ 对衣物进行消毒. 她在盆里倒了 3 L 水, 应该加多少毫升消毒液?

拓广探索

12. 把下面的等式改写成比例.
 - (1) $3 \times 40 = 8 \times 15$;
 - (2) $2.5 \times 0.4 = 0.5 \times 2$.

6.2 正比例和反比例的意义

6.2.1 成正比例的量

问题 如图 6.2-1，在相同的杯子里倒水，水的高度和体积的情况如下表：



图 6.2-1

高度/cm	2	4	6	8	10	12
体积/cm ³	50	100	150	200	250	300

观察上表回答下面的问题：

- (1) 表中有哪两种量？
- (2) 水的体积是怎样随着高度变化的？
- (3) 相对应的体积与高度的比分别是多少？比值是多少？

从上表可以看出，体积和高度是两种相关联的量，体积是随着高度的变化而变化的，而且体积与相应高度的比值总是一定的。例如： $\frac{50}{2} = \frac{100}{4} = \frac{150}{6} = \dots = 25$ 。

比值 25，实际就是杯子的底面积。用式子表示它们的关系就是：

$$\frac{\text{体积}}{\text{高度}} = \text{底面积 (一定)}.$$

像这样，两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比值一定，这两种量就叫做**成正比例的量**，它们的关系叫做**正比例关系**。

在上面的实验中，体积与高度成正比例关系，体积和高度是成正比例的量。

如果用字母 x 和 y 表示两种相关联的量，用 k （常数）表示它们的比值，正比例关系可以用下面的式子表示：

$$\frac{y}{x} = k.$$

上面的实验结果可以用图象（图 6.2-2）表示.

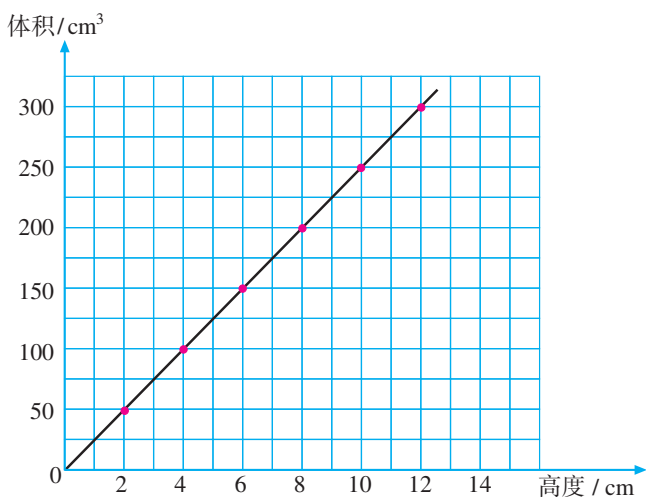


图 6.2-2

根据图象回答下面的问题:

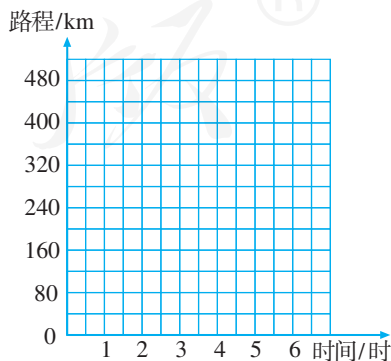
- (1) 从图中你发现了什么?
- (2) 不计算, 根据图象判断, 如果杯中水的高度是 7 cm, 那么水的体积是多少? 225 cm^3 的水有多高?

练习

一辆汽车行驶的时间和路程如下表:

时间/时	1	2	3	4	5	6
路程/km	80	160	240	320	400	480

- (1) 写出几组路程与相对应的时间的比, 并比较比值的大小.
- (2) 说一说这个比值表示什么.
- (3) 汽车行驶的路程与时间成正比例吗? 为什么?
- (4) 在图中描出表示路程和相应时间的点, 然后把它们按顺序连起来. 并估计一下行驶 120 km 大约要用多少时间.



6.2.2 成反比例的量

问题 如图 6.2-3, 把相同体积的水倒入底面积不同的杯子, 杯子的底面积和水的高度的情况如下表:

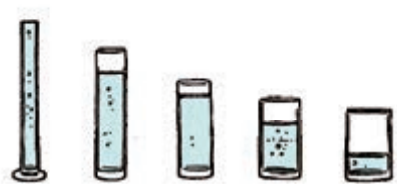


图 6.2-3

杯子的底面积/ cm^2	10	15	20	30	60
水 的 高 度/ cm	30	20	15	10	5

观察上表回答下面的问题:

- (1) 表中有哪两种量?
- (2) 水的高度是怎样随着杯子底面积的大小变化而变化的?
- (3) 相对应的杯子的底面积与水的高度的乘积分别是多少?

从上表可以看出, 水的高度和杯子的底面积是两种相关联的量, 水的高度是随着杯子的底面积的变化而变化的, 而且水的高度与杯子的底面积的乘积总是一定的. 例如: $30 \times 10 = 20 \times 15 = 15 \times 20 = \dots = 300$.

积 300, 实际就是倒入杯子的水的体积. 用式子表示它们的关系就是:

$$\text{底面积} \times \text{高度} = \text{体积 (一定)}.$$

像这样, 两种相关联的量, 一种量变化, 另一种量也随着变化, 如果这两种量中相对应的两个数的乘积一定, 这两种量就叫做**成反比例的量**, 它们的关系叫做**反比例关系**.

在上面的实验中, 高度与底面积成反比例关系, 高度和底面积是成反比例的量.

如果用字母 x 和 y 表示两种相关联的量, 用 k (常数) 表示它们的乘积, 反比例关系可以用下面的式子表示:

$$xy = k.$$

练习

运一批货物，每天运的吨数和运货的天数如下表：

每天运的吨数/t	300	150	100	75	60	50
运货的天数/天	1	2	3	4	5	6

- (1) 表中有哪两种量？它们是不是相关联的量？
- (2) 写出几组这两种量中相对应的两个数的积，并比较积的大小，说一说这个积表示什么。
- (3) 运货的天数与每天运的吨数成反比例吗？为什么？

习题 6.2

复习巩固

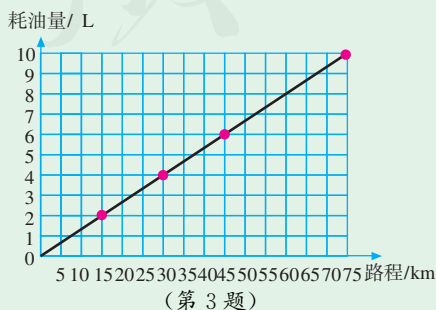
1. 一架飞机的空中飞行时间和航程如下表：

飞行时间/时	2	5	6	9
航程/km	1 460	3 650	4 380	6 570

- (1) 分别写出各组航程与飞行时间的比，比较比值的大小；
 - (2) 说明这个比值所表示的意义；
 - (3) 飞机的航程与飞行时间成正比例吗？为什么？
2. 判断下面每题中的两种量是否成正比例，并说明理由。
- (1) 《中学生作文》的单价一定，总价与订阅的数量；
 - (2) 一个人跳高的高度与他的身高；
 - (3) 小麦每公顷产量一定，小麦的总产量与公顷数；
 - (4) 书的总页数一定，未读的页数与已读的页数。
3. 下面是某种汽车所行路程和耗油量的对应数值表：

所行路程/km	15	30	45	75
耗油量/L	2	4	6	10

- (1) 汽车的耗油量与所行路程成正比例吗？为什么？
- (2) 表示汽车所行路程与相应耗油量关系的图象如图所示，说一说它有什么特点。
- (3) 利用图象估计一下，汽车行驶 55 km 的耗油量是多少？



4. 给一间长 9 m、宽 6 m 的教室铺地砖，每块地砖的面积与所需地砖数量如下表：

每块地砖的面积/cm ²	900	1 800	3 600
所需地砖数量/块	600	300	150

所需地砖数量与每块地砖的面积是否成反比例？为什么？

5. 食品加工厂准备把一批新酿的醋装瓶运往商店。

每瓶容量/mL	250	500	750	1 500
所装瓶数/瓶	1 200	600	400	200

所装瓶数与每瓶容量是否成反比例？为什么？

6. 下表中 x 和 y 两个量成反比例，请把表格填写完整。

x	2	$\frac{1}{5}$		40	
y	5		0.1		$\frac{5}{6}$

7. 判断下面各题中的两种量是否成反比例，并说明理由。

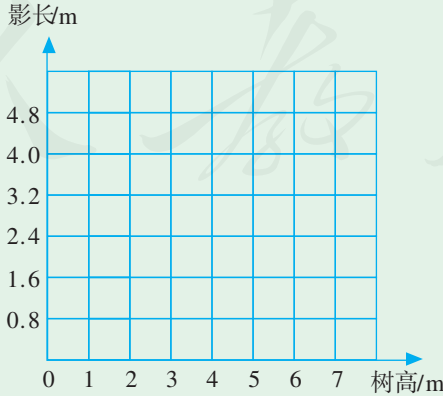
- (1) 学校食堂新进一批煤，使用天数与每天的平均用煤量；
- (2) 全班的人数一定，按各组人数相等的要求分组，组数与每组的人数；
- (3) 圆柱体积一定，圆柱的底面积与高；
- (4) 在一块菜地上种的黄瓜与西红柿的面积；
- (5) 书的总册数一定，按各包册数相等的规定分包装书，包数与每包的册数。

综合运用

8. 同一时间、同一地点测得 3 棵树的树高及其影长如下表：

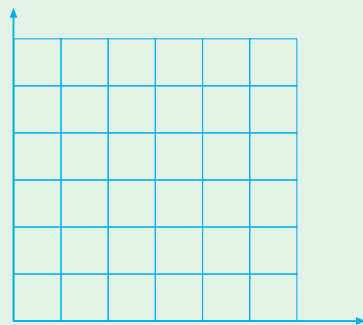
树高/m	2	3	6
影长/m	1.6	2.4	4.8

- (1) 在图中描出表示树高与对应影长的点，然后把它们连起来，观察一下图象的特点；
- (2) 影长与树高成正比例吗？你是依据什么做出判断的？



(第 8 题)

9. 举出一个生活中两种量成正比例关系的例子，并在图中画出它的图象。
10. 生活中还有哪些成反比例的量？请你举出一个例子。

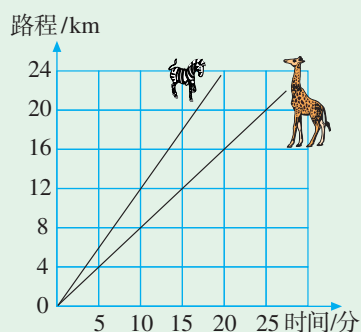


(第9题)

拓广探索

11. 右面的图象表示斑马和长颈鹿的奔跑情况。

- (1) 斑马的奔跑路程与奔跑时间是否成正比例？长颈鹿呢？
- (2) 估计一下，斑马和长颈鹿 18 分钟各跑多少米？
- (3) 从图象上看，斑马跑得快还是长颈鹿跑得快？



(第11题)



阅读与思考

反比例关系图象

反比例关系也可以用图象来表示。例如，第 118 页表格中的数据可以用右面的图象（图 1）表示。

反比例关系的图象是光滑的曲线。由右面的图象，你能否看出杯子的底面积分别是 40 cm^2 ， 50 cm^2 ， 55 cm^2 时，水的高度分别是多少吗？

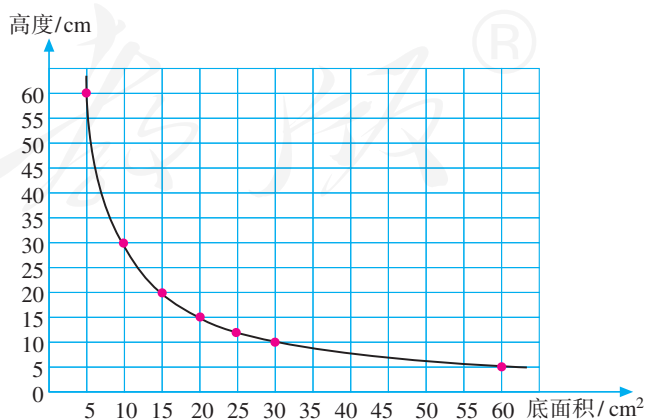


图 1

6.3 比例的应用

6.3.1 比例尺

在绘制地图和其他平面图的时候，需要把实际距离按一定的比缩小（或扩大），再画在图纸上。这时，就要确定图上距离和相对应的实际距离的比。

一幅图的图上距离和实际距离的比，叫做这幅图的**比例尺**。

图上距离：实际距离=比例尺 或 $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}}=\text{比例尺}$

例如，一幅中国地图的比例尺是 1：100 000 000，这是数值比例尺，有时也写成 $\frac{1}{100\,000\,000}$ 。又如，一幅北京地图的比例尺是这样表示的：0  50 km，这是线段比例尺，表示地图上 1 cm 的距离相当于地面上 50 km 的实际距离。

你能把上面的线段比例尺改成数值比例尺吗？

图上距离：实际距离=1 cm：50 km
=1 cm：5 000 000 cm
=1：5 000 000

单位要相同！

想一想：比例尺 1：5 000 000 表示图上距离是实际距离的几分之几？实际距离是图上距离的多少倍？

在生产中，有时由于机器零件比较小，需要把实际距离扩大一定的倍数以后，再画在图纸上。

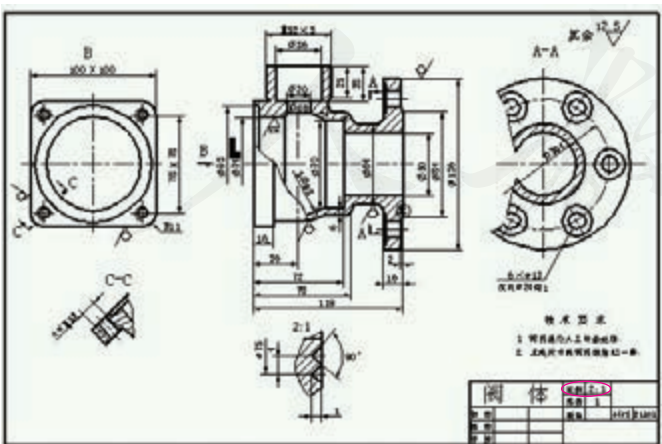


图 6.3-1 中的 2：1 表示什么？

为了计算方便，一般把比例尺写成前项或后项是 1 的形式。

图 6.3-1

例 1 北京到天津的实际距离是 120 km，在一幅地图上量得两地的图上距离是 2 cm。求这幅地图的比例尺。

解：图上距离：实际距离=比例尺，

$$120 \text{ km} = 12\,000\,000 \text{ cm},$$

$$2 : 12\,000\,000 = 1 : 6\,000\,000.$$

答：这幅地图的比例尺是 1 : 6 000 000。

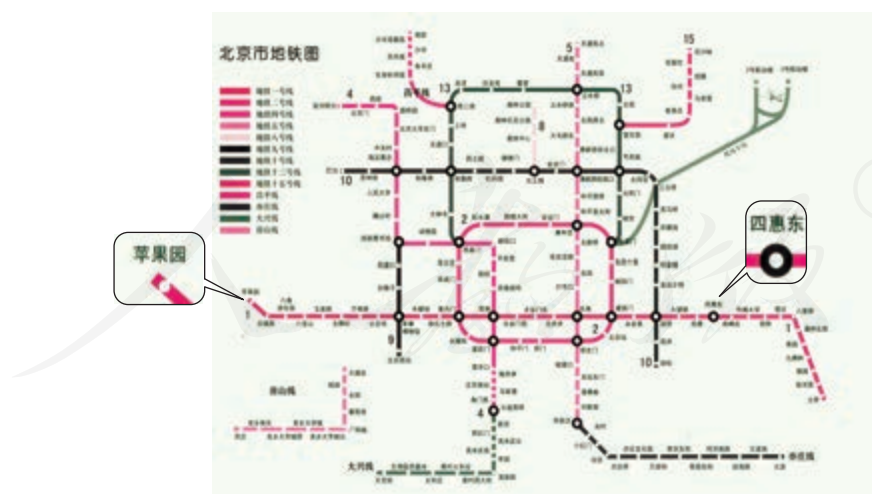
题中图上距离和实际距离的单位不同，先要把它们化成相同单位，再求比例尺并化简。

练习

一栋楼房东西方向长 40 m，在图纸上的长度是 50 cm。这幅图纸的比例尺是多少？

例 2 图 6.3-2 是北京轨道交通路线示意图。地铁 1 号线从苹果园站至四惠东站在图中的长度大约是 6.2 cm，从苹果园站至四惠东站的实际长度大约是多少？

分析：根据“ $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}} = \text{比例尺}$ ”，可以用解比例的方法求出实际距离。



比例尺 1 : 500 000

图 6.3-2

解：设从苹果园站至四惠东站的实际长度是 x cm.

$$\frac{6.2}{x} = \frac{1}{500\,000},$$

$$x = 6.2 \times 500\,000,$$

$$x = 3\,100\,000.$$

$$3\,100\,000 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}.$$

答：从苹果园站至四惠东站的实际长度大约是 $\underline{\hspace{2cm}}$ km.

例 3 学校要建一个长 80 m、宽 60 m 的长方形操场. 把它画在比例尺是 $\frac{1}{1\,000}$ 的图纸上, 长和宽各应画多少厘米?

分析：根据 “ $\frac{\text{图上距离}}{\text{实际距离}} = \text{比例尺}$ ”, 推出 “图上距离 = 实际距离 $\times$ 比例尺”, 可以求出长和宽的图上距离.

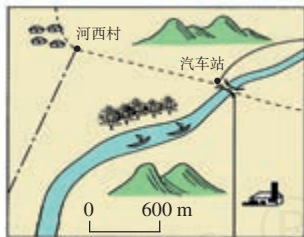
解： $80 \text{ m} = 8\,000 \text{ cm}$, $8\,000 \times \frac{1}{1\,000} = 8 \text{ cm}$;

$$60 \text{ m} = 6\,000 \text{ cm}, \quad 6\,000 \times \frac{1}{1\,000} = 6 \text{ cm}.$$

答：长应画 8 cm, 宽应画 6 cm.

练习

用直尺量出图中河西村与汽车站之间的距离是多少厘米, 并计算出两地的实际距离大约是多少.



例 4 按 2 : 1 画出图 6.3-3 中三个图形放大后的图形.

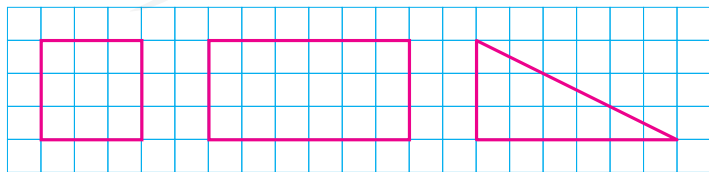
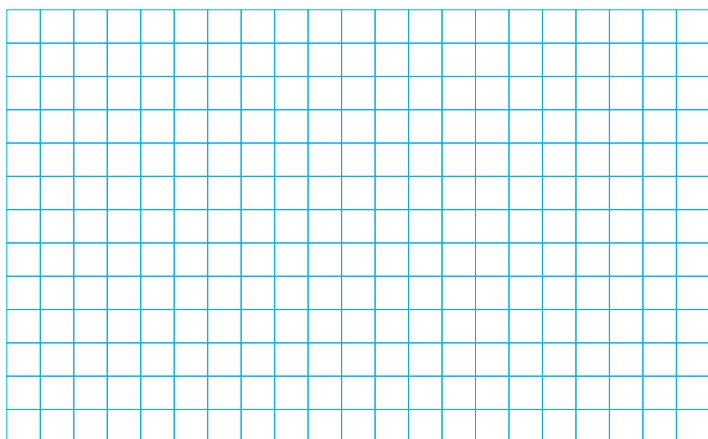


图 6.3-3

按 2 : 1 放大, 也就是把各边放大到原来的 2 倍.



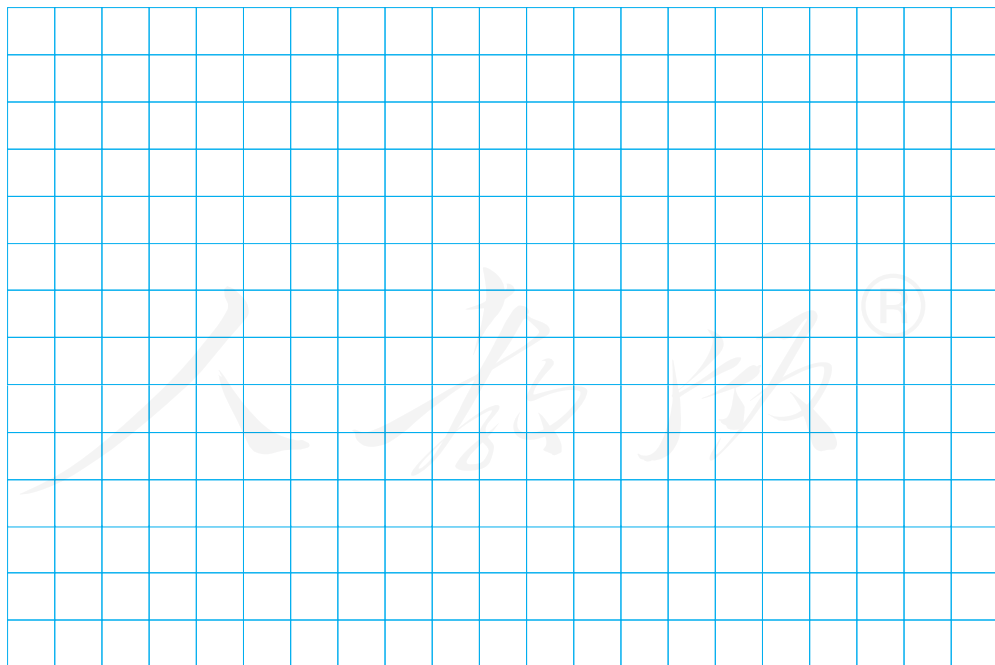
三角形的两条直角边放大到原来的2倍后，斜边是否也变为原来的2倍呢？



思考

放大后的图形与原来的图形相比，有什么相同的地方？有什么不同的地方？

如果把放大后的三个图形的各边按 $1:3$ 缩小，图形又会发生什么变化？画画看。



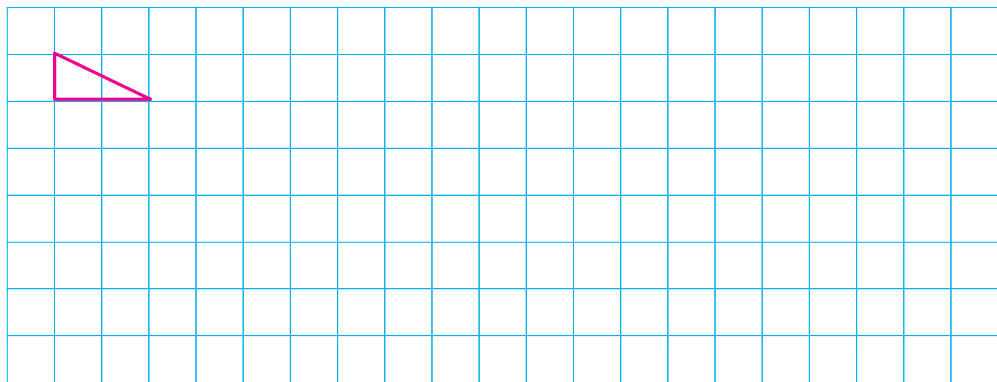


思考

图形的各边按相同的比放大或缩小后，所得图形的形状会发生改变吗？

练习

按 4 : 1 画出下面的三角形放大后的图形。



6.3.2 用比例解决问题

例 5 小明对家里的一个滴水的水龙头进行观测，这个水龙头 2 小时的滴水量是 1.6 L。照这样计算，这个水龙头 5 小时浪费多少升水？

分析：因为单位时间内的滴水量一定，所以滴水总量与滴水的时间成正比例，可以用比例的知识解决。

解：设这个水龙头 5 小时浪费 x L 水。

$$\frac{1.6}{2} = \frac{x}{5},$$

$$2x = 1.6 \times 5,$$

$$x = \frac{1.6 \times 5}{2},$$

$$x = 4.$$

这个水龙头 1 天
浪费多少升水？

答：这个水龙头 5 小时浪费 4 L 水。

例 6 李红家原来平均每天用电 5 千瓦时，改用节能灯以后，平均每天用电 3.5 千瓦时。原来一星期的用电量现在可以用多少天？

分析：当总的用电量一定时，用电时间与单位时间内的用电量成反比例，也就是说，每天的用电量与用电天数的乘积相等。

解：设原来一星期的用电量现在可以用 x 天。

$$3.5x = 5 \times 7,$$

$$x = \frac{5 \times 7}{3.5},$$

$$x = 10.$$

答：原来一星期的用电量现在可以用 10 天。

现在一个月（30 天）的用电量原来只够用多少天？

练习

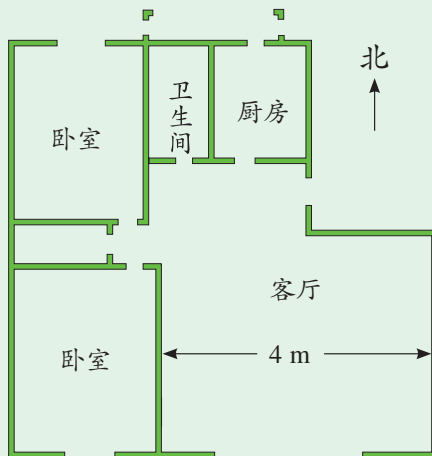
1. 小明买了 4 支圆珠笔用了 6 元。小刚想买 3 支同样的圆珠笔，要用多少钱？
2. 学校小商店有两种圆珠笔。小明带的钱刚好可以买 4 支单价是 1.5 元的，如果他都想买单价是 2 元的，可以买多少支？

人教版®

习题 6.3

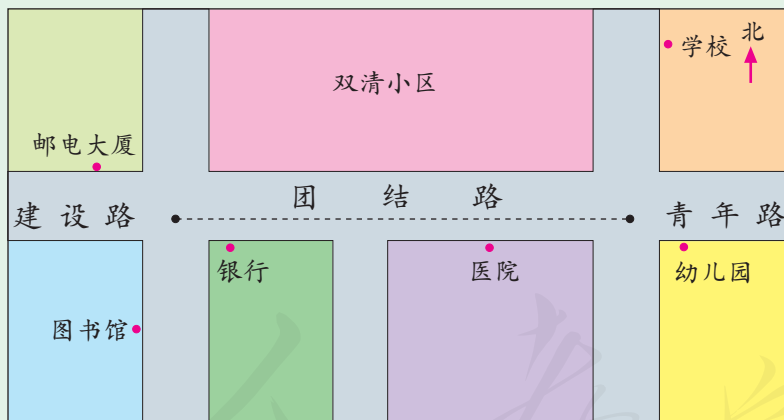
复习巩固

- 一套房子的客厅东西方向长 4 m，在图纸上的长度是 4 cm。这幅图纸的比例尺是多少？



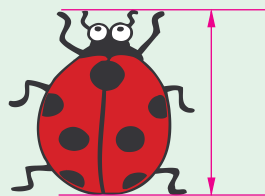
(第 1 题)

- 团结路的实际长度是 1 800 m。



(第 2 题)

- 量一量团结路在图上的长度，求出这幅图的比例尺。
 - 将这幅图的比例尺用线段比例尺表示出来。
- 七星瓢虫的实际长度是 5 mm。量出图中七星瓢虫的长度，求这幅图的比例尺。

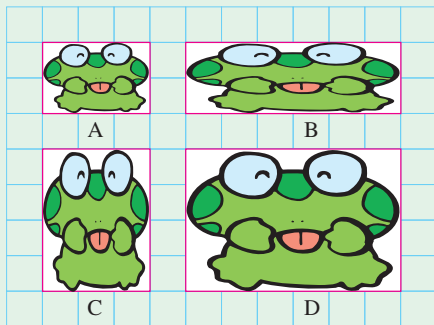


(第 3 题)

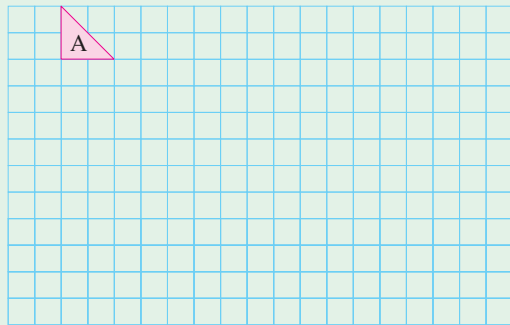
4. 填表:

比例尺	图上距离	实际距离
$1:50\,000$		1.8 km
$1:2\,000\,000$		450 km
$1:60\,000\,000$	15 cm	

5. 兰州到乌鲁木齐的铁路线大约长 1 900 km. 在比例尺是 $1:40\,000\,000$ 的地图上, 它的长是多少?
6. 在一幅比例尺是 $1:5\,000\,000$ 的地图上, 量得上海到杭州的距离是 3.4 cm. 上海到杭州的实际距离是多少?
7. B, C, D 中哪个图形是图形 A 按 $2:1$ 放大后得到的图形?

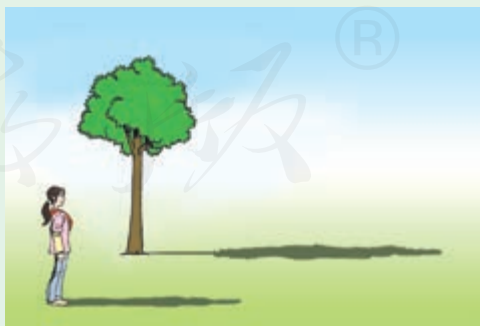


(第 7 题)



(第 8 题)

8. (1) 将三角形 A 的各条边按 $4:1$ 放大, 得到三角形 B;
 (2) 将三角形 B 的各条边按 $1:2$ 缩小, 得到三角形 C;
 (3) 画出上述图形, 并指出哪些是三角形 A 经过放大后的图形, 哪个是三角形 C 经过缩小后的图形.
9. 如图, 小兰的身高 1.5 m, 她的影长是 2.4 m. 如果同一时间、同一地点测得一棵树的影子长 4 m, 这棵树有多高?
10. 工程队修一条水渠, 每天工作 6 小时, 12 天可以完成. 如果工作效率不变, 每天工作 8 小时, 多少天可以完成任务?
11. 我国发射的科学实验人造地球卫星, 在空中绕地球运行 6 周需要 10.6 小时, 运行 14 周要用多少时间?



(第 9 题)

综合运用

12. 篮球场长 28 m, 宽 15 m. 用 1 : 500 的比例尺画出它的平面图 (只画出边界).
13. 小明家正西方向 500 m 是街心公园, 街心公园正北方向 300 m 是科技馆, 科技馆正东方向 1 km 是动物园, 动物园正南方向 400 m 是医院. 先确定比例尺, 再画出上述地点的平面图.
14. 一个晒盐场用 100 g 海水可以晒出 3 g 盐. 照这样计算, 如果一块盐田一次放入 585 000 t 海水, 可以晒出多少吨盐? 多少吨海水可以晒出 9 t 盐?
15. 车队向灾区运送一批救灾物资, 去时每小时行 60 km, 6.5 小时到达灾区. 回来时每小时行 78 km, 多长时间能够返回出发地点?



(第 14 题)

拓广探索

16. 在一幅中国地图上, 选取两个城市. 量出它们在图上的直线距离, 再根据比例尺, 算出两个城市的实际距离.
17. 先确定比例尺, 再画出你家的房屋平面图.

人教版®



数学活动

活动1

找一辆普通自行车，测量出以下数据：

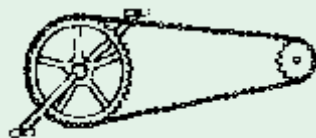
前齿轮齿数	后齿轮齿数	车轮半径

这辆自行车蹬一圈，能走多远？你准备怎样解决这个问题？

实际上，利用前面所学的比例知识，你就能既准确又快速地解决这个问题。

想一想：前、后齿轮的齿数与它们的转数之间有什么关系？

前齿轮齿数 $\times$ 前齿轮转数 = 后齿轮齿数 $\times$ 后齿轮转数



蹬一圈的路程：_____。

活动2

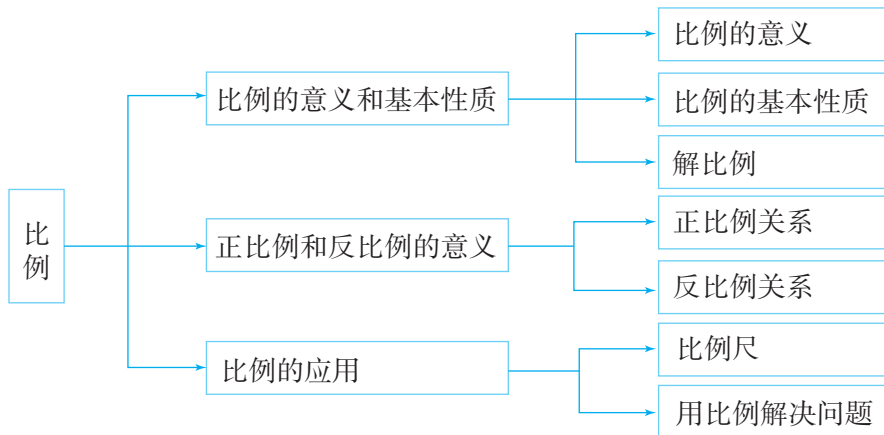
找一辆变速自行车，测量出前、后齿轮数，看看有多少种组合。

齿数 后齿轮 齿数	前齿轮 齿数	比	

思考：蹬同样的圈数，哪种组合使自行车走得最远？

小 结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

在本章，你们首先学习了比例的相关知识。比例是以前面所学的比的知识为基础的，描述的是两个比之间的相等关系。任一比例中的内项之积等于外项之积，利用这一性质，通过解方程的方法，可以求出比例中的未知项，即解比例。

接下来，你们又学习了正比例关系和反比例关系。在此之前，我们接触的更多的是数与数之间的关系，而正比例关系和反比例关系反映的是一个量随着另一个量的变化而变化的动态关系，它帮助我们进一步理解现实世界的事物是联系的、变化的，并学会用数学的方法来刻画现实世界中量与量之间的关系。将来，你们还要学习更多的“两个量之间的关系”。

之后，你们又学习了利用比例的相关知识来解决一些实际问题，体会所学数学知识的应用价值。在解决这些实际问题的过程中，你们对数学概念、数学方法、数学思想的理解也越来越深入。

请你带着下面的问题，复习一下全章的内容吧。

1. 什么是比例？请你举出一些实例加以说明。比例和比有什么关系？你会用两种不同的写法表示比例吗？

2. 比例的基本性质是什么？你会利用比例的基本性质来解比例吗？

3. 什么样的两个量成正比例关系？什么样的两个量成反比例关系？你会用字母表达式分别表示这两种关系吗？

4. 你会利用解比例的方法以及正、反比例的关系式来解决一些实际问题吗？

复习题 6

复习巩固

1. 填空:

- (1) 两个相互咬合的圆形齿轮的齿数之比是 $4:3$ ，其中大齿轮有 36 个齿，小齿轮有 () 个齿；
- (2) 一幅地图中某两地的图上距离 5 cm 表示实际距离 15 km，这幅图的比例尺是 ()；
- (3) 一个长 5 cm、宽 3 cm 的长方形按 $3:1$ 放大，得到的图形的面积是 () cm^2 .

2. 解比例:

$$(1) \quad x : \frac{3}{8} = \frac{2}{3} : 4;$$

$$(2) \quad \frac{6}{x} = \frac{2}{7};$$

(3) $x : 0.3 = 0.4 : 0.8;$

$$(4) \quad \frac{0.75}{1.5} = \frac{x}{6}.$$

3. 下面各题中的两种量是不是成比例? 如果成比例, 成哪种比例关系?

- (1) 比例尺一定, 图上距离与实际距离;
- (2) 被除数一定, 商与除数;
- (3) 梯形的上底和下底不变, 梯形的面积与高;
- (4) x 和 y 是两种量, 如果 $y=5x$, y 与 x .

综合运用

4. 在一幅比例尺是 $1:2\,000\,000$ 的地图上, 量得甲、乙两个城市之间高速公路的距离是 5.5 cm . 在另一幅比例尺是 $1:5\,000\,000$ 的地图上, 这条公路的图上距离是多少?
5. 学校举行团体操表演, 如果每列 25 人, 要排 24 列. 如果每列 20 人, 要排多少列?

拓广探索

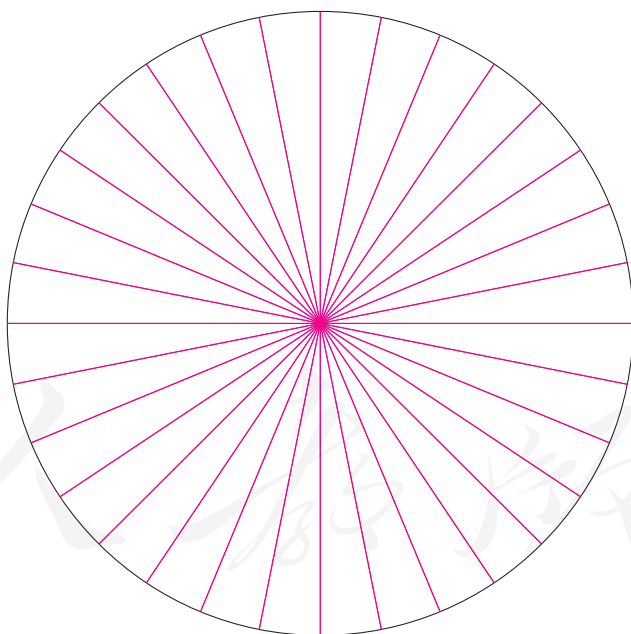
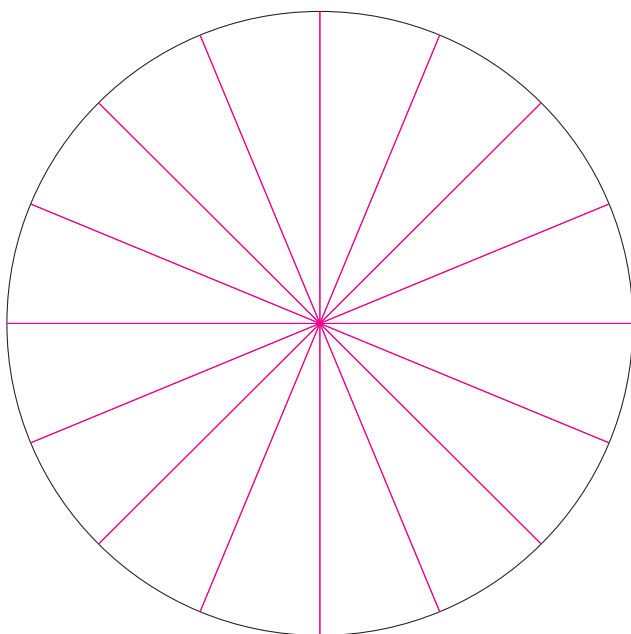
6. 一个长方形各边按 $2:1$ 放大后, 周长是原来的多少倍? 面积是原来的多少倍? 如果把长方形换成平行四边形 (各边及高均按 $2:1$ 放大)、三角形 (各边及高均按 $2:1$ 放大)、梯形 (各边及高均按 $2:1$ 放大)、圆 (半径按 $2:1$ 放大), 结果又是怎样的呢? 请你在方格纸上画一画, 试一试。

部分中英文词汇索引

中文	英文	页码
比	ratio	38
圆心	center of a circle	50
半径	radius	50
直径	diameter	50
弧	arc	64
扇形	sector	64
圆心角	central angle	64
百分数	percent	70
圆柱	circular cylinder	94
圆锥	circular cone	103
比例	proportion	112

人教版®

附页



®

后 记

本册教科书是人民教育出版社课程教材研究所小学数学课程教材研究开发中心依据教育部《义务教育数学课程标准》（2011年版）编写的，经国家基础教育课程教材专家工作委员会2012年审查通过。

本册教科书集中反映了基础教育教科书研究与实验的成果，凝聚了参与课改实验的教育专家、学科专家、教研人员以及一线教师的集体智慧。我们感谢所有对教科书的编写、出版提供过帮助与支持的同仁和社会各界朋友。

本册教科书出版之前，我们通过多种渠道与教科书选用作品（包括照片、画作）的作者进行了联系，得到了他们的大力支持。对此，我们表示衷心的感谢！但仍有部分作者未能取得联系，恳请入选作品的作者与我们联系，以便支付稿酬。

我们真诚地希望广大教师、学生及家长在使用本册教科书的过程中提出宝贵意见，并将这些意见和建议及时反馈给我们。让我们携起手来，共同完成义务教育教材建设工作！

联系方式

电 话：010-58758305

电子邮箱：jcfk@pep.com.cn

人教版®

人民教育出版社 课程教材研究所
小学数学课程教材研究开发中心
2012年5月



YIWU JIAOYU JIAOKESHU
SHUXUE

数学

六年级 上册

人教版®



绿色印刷产品

ISBN 978-7-107-24483-6



9 787107 244834 >